EXÁMENES PARCIALES Y FINALES DE ANÁLISIS MATEMÁTICO I

ANÁLISIS MATEMÁTICO I – ANUAL - Primer Parcial –TURNO MAÑANA

APELLIDO NOMBRE:...CURSO:.................

CORRIGIÓ:......................................REVISÓ:..

1		2	3		4	5	NOTA

***Todas sus respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta*.**
NO puede utilizar calculadoras programables
Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto

---

1) Analice si las afirmaciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F). **Justifique las respuestas**: ya sea mostrando un contraejemplo o proporcionando un argumento basado en las herramientas teóricas que conoce, según corresponda.

a) Entre todos los números positivos x e y, cuyo producto es 121, la suma es máxima para $x = y = 11$.

b) La imagen de $f(x) = x^2 - 5x + 6$ es el conjunto de los $R^+ \cup \{0\}$.

2) Pruebe que $\cosh^2 x - senh^2 x = 1$.

3) Para la función $f(x) = 3x - x^3$ determine los intervalos de

a) positividad y negatividad

b) crecimiento y decrecimiento.

4) Halle, de ser posible, los coeficientes $a, b, c \in \Re / \exists g''(1)$ si

$$g(x) = \begin{cases} \ln x & x \geq 1 \\ a(x-1)^2 + b(x-1) + c & x < 1 \end{cases}$$

5) Determine un valor aproximado de $sen 10º$ empleando un polinomio de Taylor de 3º grado y estime una cota del error cometido. Justifique su razonamiento.

ANÁLISIS MATEMÁTICO I – ANUAL – JUEVES - TURNO NOCHE

APELLIDO NOMBRE:...CURSO:.................

CORRIGIÓ:......................................REVISÓ:..

1		2	3		4	5	NOTA

***Todas sus respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta*.**
NO puede utilizar calculadoras programables
Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto

---

1) Analice si las afirmaciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F). **Justifique las respuestas**: ya sea mostrando un contraejemplo o proporcionando un argumento basado en las herramientas teóricas que conoce, según corresponda.

a) La función *g*, derivable, es tal que $g'(x)=\sqrt{\dfrac{2x+1}{x}}$, tiene como tangente en el punto (4;-1) a la recta $3x-2y-16=0$.

b) Si es $h: D_h \to R \,/\, h(x)=\sqrt{\dfrac{4x-6}{1+x}}$ y $f: D_f \to R \,/\, f(x)=\dfrac{\sqrt{4x-6}}{\sqrt{1+x}}$ entonces $D_h = D_f$.

2) Sea $f(x)=2x-3$, obtenga $g, h: \Re \to \Re$ tales que $f(g(x))=x+7$ y $h(f(x))=x+7$, $\forall x \in \Re$. No olvide justificar su respuesta.

3) Dada $f(x)=\dfrac{x^2-4x}{x^2-6x+8}$

a) estudie la continuidad de *f*

b) halle todas sus asíntotas lineales.

4) Determine algún valor real de k tal que $f(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{k^2}{x-6}$ $\forall x \in [2,3]$ satisfaga las hipótesis del teorema de Bolzano.

5) El polinomio de Taylor de 2º orden en $x=1$, asociado a $f(x)$ es $P(x)=3-2(x-1)+5(x-1)^2$.
Si $g(x)=f(x^2)$, determine $g''(1)$. Justifique su razonamiento.

ANÁLISIS MATEMÁTICO I – PRIMER CUATRIMESTRE

SEGUNDO RECUPERATORIO PARCIAL PARTE A
TURNO MAÑANA

APELLIDO Y
NOMBRE:...CURSO:.................

CORRIGIÓ:.....................................REVISÓ:..

1	2	3	4	5	NOTA

Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto

---

1. Indique si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera (V) o falsa (F). **Justifique las respuestas**: si es V demuéstrela, si es F alcanza con que dé un contraejemplo.

   a. Si *f, g:* $\Re \to \Re$ son dos funciones derivables tales que $g(0)=0$; $g'(0)=1$; $h(1)=\frac{1}{4}$; $h'(1)=3$, entonces la derivada de la función $f(x)=h^2(1-g(4x))$ en x = 0 es igual a –6

   b. Sea $\lambda \in \Re$. La función g: $\Re \to \Re$ definida por $g(x)=\begin{cases} \dfrac{e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{1}{x}}} & si \quad x \neq 0 \\ \lambda & si \quad x=0 \end{cases}$ no es continua en x = 0 cualquiera sea el número real λ.

2. Determine para qué valores de a y b la función $f(x)=\begin{cases} 1-x+ae^x & si \quad x \leq 0 \\ b.senx+5 & si \quad x>0 \end{cases}$ es derivable en $\Re$.**Justifique la respuesta**.

3. Muestre que para la función $\varphi(x)=\begin{cases} x+\ln x & si \quad x>1 \\ x^2 & si \quad x \leq 1 \end{cases}$ existe al menos un $c \in (0,2)$ tal que $\varphi(c)=\frac{\pi}{2}$. **Justifique la respuesta indicando las propiedades y/o teoremas empleados**.

4. Dada la función *f*: $\Re$-{*k*} $\to \Re$ / $f(x)=\dfrac{3x^2-10}{ax+b}$ determine *a, b* y *k* tal que $y=\frac{x}{3}+2$ sea asíntota oblicua de la gráfica de $f(x)$. **Justifique la respuesta**.

5. Determine la ecuación de la recta normal a la gráfica de la función $y=f(x)$ definida implícitamente por la ecuación $arcsen^2(\sqrt{2}xy^2)+\ln\sqrt{e-x}=3y$ en el punto $(0,y_0)$. **Justifique la respuesta**.

ANÁLISIS MATEMÁTICO I – PRIMER CUATRIMESTRE -
SEGUNDO RECUPERATORIO PARCIAL PARTE B
TURNO MAÑANA
APELLIDO Y NOMBRE:
....CURSO:.................

CORRIGIÓ:.....................................REVISÓ:..

1	2	3	4	5	NOTA

Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto

---

1. Indique si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera (V) o falsa (F). **Justifique las respuestas**: si es V demuéstrela, si es F alcanza con que dé un contraejemplo.

   a. El valor de la integral $\int_0^1 \frac{x^2+x+2}{x^3+x^2+x+1}dx \quad es \quad arctg\,2$

   b. La serie $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n+\sqrt{n}}{2n^3+1}$ es condicionalmente convergente.

2. Determine los extremos absolutos de la función f: $[-5,4]\to\Re$ / $f(x) = 1 - (x-3)^{2/3}$ y los intervalos de monotonía. Realice una gráfica aproximada. **Justifique las respuestas**.

3. Sea la función $g(x) = \int_{\frac{1}{2}}^{e^{x-1}} f(\ln t)\ dt \quad \forall x \geq \frac{1}{2}$. Halle el polinomio de Taylor de segundo grado asociado a *g(x)* en potencias de (x -1), sabiendo que $\int_0^{-\ln 2} f(u).e^u du = 1$ y que el polinomio de segundo grado de Mc Laurin asociado a f es $P(x) = \frac{1}{2} - 4x + \frac{1}{3}x^2$. **Justifique la respuesta.**

4. Determine el radio de convergencia absoluta de la serie $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}.(x-4)^n}{3^n-1}$. Analice, si es posible, el comportamiento de la serie en los extremos del intervalo de convergencia obtenido.

5. Calcule el área de la región plana limitada por las curvas $h(x) = \sqrt{x}$; $\varphi(x) = \frac{x}{4}$ y la recta normal a la gráfica de $h(x)$ en el punto (1,1). Dibuje la región determinada.

ESCUELA DE VERANO - ANÁLISIS MATEMÁTICO I

PRIMER PARCIAL - TEMA I

NOMBRE Y APELLIDO: ....

1	2	3	4	5

Todas las respuestas deben estar justificadas para ser tenidas en cuenta
No está permitido el uso de calculadoras programables
Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto

---

1)Indique si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas. **Justifique su respuesta.**

a)Si una función es impar entonces es inyectiva.

b)No existe ningún valor de a, b, c $\in \Re$ de modo que $\lim_{x\to+\infty}\left[1-2x+\dfrac{ax^2+bx+c}{x-1}\right]=0$

2)Dada $y=\dfrac{(x^2+3x+1)^x\cos(x^4)}{\ln x}+e^{-x^2}$, calcular y' tomando como datos: $\dfrac{d}{dx}(\cos x)=-senx$; $\dfrac{d}{dx}(x^n)=nx^{n-1}$; $\dfrac{d}{dx}(\ln x)=\dfrac{1}{x}$; y las propiedades conocidas (producto, regla de la cadena, etc). **Justifique su respuesta**.

3) Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $y = f(x)$ definida implícitamente por la ecuación $2x^3 = 9xy - 2y^3$ en el punto de coordenadas (2 , 1).

Justifique su respuesta.

4) DeterminE las dimensiones de un tetrabrick de leche de 1 litro, de base cuadrada, de modo de utilizar en su construcción la menor cantidad posible de material. Justifique su respuesta.
Datos: 1litro = 1dm^3; volumen del envase = superficie de la base x altura.

5) Dada la función $f(x)=\begin{cases} senx, \forall x\in[0,+\infty) \\ x-\dfrac{x^3}{6}, \forall x\in(-\infty,0)\end{cases}$ determinar el polinomio de Mac Laurin de máximo grado posible. **Justifique su razonamiento.**

ESCUELA DE VERANO - ANÁLISIS MATEMÁTICO I

<u>Segundo Parcial</u>

NOMBRE Y APELLIDO: ....

CURSO: X -.....-61

1	2	3	4	5

Todas las respuestas deben estar justificadas para ser tenidas en cuenta
No está permitido el uso de calculadoras programables
Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto

---

1) Analice si las afirmaciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F). **Justifique las respuestas**: si es F, alcanza con que de un contraejemplo; si es V proporcione un argumento basado en las herramientas teóricas que conoce.

a) Si *f* es continua en [-1, 2], entonces

$$\int_{-1}^{2} f(x)\,dx + \int_{2}^{0} f(x)\,dx + \int_{0}^{1} f(x)\,dx + \int_{1}^{-1} f(x)\,dx = 0$$

b) La función $h(x) = \begin{cases} \dfrac{\cos x - 1}{x} & si\ \ x \neq 0 \\ 0 & si\ \ x = 0 \end{cases}$ 2

ANÁLISIS MATEMÁTICO I – Segundo Recuperatorio –

Parte A Cuatrimestral – Primer Parcial Anual

APELLIDO
NOMBRE:..CURSO:................

CORRIGIÓ:.....................................REVISÓ:...

1	2	3	4	5	NOTA

TODAS SUS RESPUESTAS DEBEN ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADAS. EN CASO CONTRARIO NO SERÁN TENIDAS EN CUENTA

Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto

---

1)a)Enuncie las condiciones que debe cumplir una función para que sea continua en un intervalo cerrado $[a , b]$.
b)Aplique lo enunciado en a) para demostrar que $f(x) = 4 - x^2$ es continua en $[0 , 4]$.

2)Determine el dominio de $g(x) = log_{10}(x^3 -3x^2 -4x + 12)$ y sus asíntotas lineales, si las tuviera.

3)Dada $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-2\cos x}{\pi - 3x} & si \quad x \neq \dfrac{\pi}{3} \\ k & si \quad x = \dfrac{\pi}{3} \end{cases}$

a)determine $k \in \Re$ de modo que f sea continua en su dominio
b)calcule $f\,'(\pi)$ y $f\,'(\pi/3)$

4)Encontrar la ecuación de la recta tangente en el punto $(1 , 2)$ a la gráfica de la función definida implícitamente por $x^3 + y^3 - xy - 7 = 0$.

5)Dada $h(x) = \sqrt[3]{x^2}\,\dfrac{1-x}{1+x^2}\,sen^3 x \cos^2 x$
a)calcule $h'(x)$ (*Ud. puede calcularla como desee, pero se sugiere que lo haga utilizando la derivada logarítmica*).
b)determine, si existen, los puntos que pertenecen al dominio de $h(x)$ pero no al de $h'(x)$.

ANÁLISIS MATEMÁTICO I – ANUAL - Primer Parcial 2007 – TURNO NOCHE

APELLIDO NOMBRE:...CURSO:.................

CORRIGIÓ:......................................REVISÓ:...

1		2	3		4	5	NOTA

***Todas sus respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta*.**
NO puede utilizar calculadoras programables

Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto

1) Analice si las afirmaciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F). **Justifique las respuestas**: ya sea mostrando un contraejemplo o proporcionando un argumento basado en las herramientas teóricas que conoce, según corresponda.

a) La función $f(x)=\begin{cases}\dfrac{5}{1+e^{-\frac{1}{x}}} & si \quad x\neq 0\\ a & si \quad x=0\end{cases}$ es continua para $a = 5$

b) Si A es un subconjunto real, no vacío y acotado inferiormente y h es el ínfimo de A, entonces h es el mínimo del conjunto.

2) Dada $f(x)=-|x|+2|x-3|+|x+5|+3$ determine: dominio, imagen, intersecciones con los ejes coordenados y $f\,'(4)$.

3) Sea f una función par y derivable $\forall\ x \in$ R tal que $f(c) = 1$ y $f\,'(c) = 5$ para algún $c > 0$.

a) Calcule $f\,'(-c)$ y $f\,'(0)$.

b) Encuentre las coordenadas del punto de intersección de las rectas tangentes a la gráfica de f en los puntos en que $x = c$ y $x = -c$ respectivamente.

4) Utilizando un polinomio adecuado de Taylor de cuarto grado realice un cálculo aproximado de $e^{\sqrt{2}}$ y estime una cota del error de truncamiento. No olvide justificar su respuesta.

5) Dada la función $f(x)=\dfrac{\ln^2 x}{x}$ determine, si existen, sus extremos relativos. Justifique.

ANÁLISIS MATEMÁTICO I – Parcial Parte A - Cuatrimestral

PRIMER CUATRIMESTRE 2007 **TURNO TARDE**

APELLIDO NOMBRE:..CURSO:.................

CORRIGIÓ:......................................REVISÓ:...

1		2	3		4	5	NOTA

***Todas sus respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta*.**
NO puede utilizar calculadoras programables

Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto

1) Analice si las afirmaciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F). **Justifique las respuestas**: si es F, alcanza con que de un contraejemplo; si es V proporcione un argumento basado en las herramientas teóricas que conoce.

a) $f(x) = \log_4 |x|$ es una función par

b) La función $g(x) = sg\ x$ no es derivable en $x = 2$

2) De ser posible, determine las constantes a y b de modo que $\lim\limits_{x \to +\infty} (\sqrt{4x^2 - 5x + 6} + 2ax - 3b) = 0$. Justifique su respuesta.

3) a) Por medio de una aproximación lineal apropiada calcule $\sqrt[3]{27.02}$

b) Indique en un gráfico cuál es el significado geométrico de la aproximación realizada.

4) Sea f: $[-1,2] \to \Re$ con $f(x) = |2x - x^3|$. Halle, si existen, máximos y mínimos relativos.

5) Determine la distancia mínima entre el punto (2,-1) y la gráfica de la función $f(x) = e^x$. Justifique su razonamiento.

ANÁLISIS MATEMÁTICO I – 2º Parcial Anual - 2007 **TURNO NOCHE**

APELLIDO NOMBRE:...CURSO:.................

CORRIGIÓ:.....................................REVISÓ:..

1		2	3		4	5	NOTA

***Todas sus respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta*.**
NO puede utilizar calculadoras programables

Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto

1) Analice si las afirmaciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F). **Justifique las respuestas**: si es F, alcanza con que de un contraejemplo; si es V proporcione un argumento basado en las herramientas teóricas que conoce.

a) La sucesión $\left(\cos(n\pi)\right)_{n\in\mathrm{N}}$ es convergente

b) La $\int_0^{\infty} xe^{-x^2}\,dx = 1$.

2) Dada $f : R \to R \,/\, f(x) = -7 + \int_0^x \frac{1+sent}{2+t^2}dt$ obtenga su polinomio asociado de MacLaurin de orden 2.

3) a) Encuentre las primitivas de $f(x) = \dfrac{e^x}{e^{3x} + e^{2x} - 2e^x}$ indicando claramente el método utilizado.

b)¿$f(x)$ y sus primitivas tiene el mismo dominio?
Justifique sus respuestas.

4) Calcule el área encerrada por las gráficas de $f(x) = x^3$ y $g(x) = x^2 + 2x$. Justifique su respuesta.

5) Analice la convergencia absoluta y condicional de la serie $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \frac{1}{81} - \frac{1}{243} + \ldots$ No olvide justificar su respuesta.

ANÁLISIS MATEMÁTICO I - Parcial Parte A

PRIMER CUATRIMESTRE 2008 **TURNO MAÑANA**

APELLIDO NOMBRE:..

CORRIGIÓ: REVISÓ:

1		2	3	4	5	NOTA

***Todas sus respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta*.**
NO puede utilizar calculadoras programables

Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto

---

1) Analice si las afirmaciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F). **Justifique las respuestas**: si es F, alcanza con que de un contraejemplo; si es V proporcione un argumento basado en las herramientas teóricas que conoce:

a) Si $f'(a) = f''(a) = 0$, entonces $f(a)$ no es extremo relativo de la gráfica de *f*.

b) $x = x_0$ es asíntota a la gráfica de *h*, entonces $x_0 \notin D_h$.

2) Dada la función $g : A \to \Re \,/\, g(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{1 - 2^{\frac{x}{1-x}}} & si\ x > 0 \\ \dfrac{sen(x+2)}{2x^2 - 8} & si\ x \le 0 \end{cases}$ determine el conjunto *A* y clasifique sus discontinuidades.

3) $f : \Re \to \Re$ es derivable, tal que $f(1) = 3$ *y* $f'(1) = \dfrac{1}{4}$, además $g(x) = \ln\left(x^2 - 8\right)$. ¿Cuál es la ecuación de la recta tangente al gráfico de $h(x) = (g \circ f)(x)$ en $x = 1$?

4) Dada $h : \Re \to \Re \,/\, h(x) = \begin{cases} e^x + 5 & si\ \ x \ge 0 \\ |x + 6| & si\ x < 0 \end{cases}$, determine la función $h'(x)$.

5) Determine los intervalos de monotonía, extremos relativos e intervalos de concavidad de la función:
$f(x) = x^2 e^{-x}$.

ANÁLISIS MATEMÁTICO I   Parcial Parte B

SEGUNDO CUATRIMESTRE 2008   **TURNO MAÑANA**

APELLIDO NOMBRE:..

CORRIGIÓ: REVISÓ:

1	2	3	4	5	NOTA

Todas sus respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.
NO puede utilizar calculadoras programables
Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto

1) Analice si las afirmaciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F). **Justifique las respuestas**: si es F, alcanza con que de un contraejemplo; si es V proporcione un argumento basado en las herramientas teóricas que conoce.

a) Si la sucesión de sumas parciales $(S_n)_{n\in N}$ asociada a la serie de términos positivos $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ está dada por $S_n = \dfrac{2n^2+3}{an^2+1}$, entonces $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es convergente $\forall a \in \Re$.

b) La función $F(x) = -\dfrac{1}{2} + \int_{(x-2)^2}^{17} e^{-t^2}\,dt$ admite un máximo relativo en x = 2.

2) Estudiar la convergencia absoluta o condicional de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{\ln(n+1)}$.

3a) Calcule el área de la región comprendida entre las gráficas de las funciones:
$f(x) = x^2 - 4x + 3 \quad y \quad g(x) = -x^2 + 2x + 3$

3b) Resuelva: $\int \dfrac{1}{x+\sqrt{x}}\,dx$ Justifique los pasos realizados para obtener el resultado.

4) La serie — — —