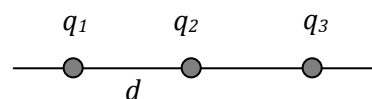


## Electrostática

**Ejercicio 1:** las tres cargas de la figura están sobre una línea recta,  $q_1 > 0$ ,  $q_2 < 0$  y  $q_3 > 0$ .

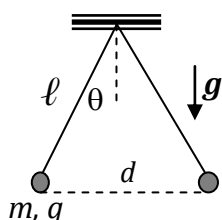
- si las cargas están equiespaciadas, halle el valor de  $q_3$ , en términos de  $q_2$ , para que la fuerza sobre  $q_1$  sea nula;
- si  $|q_1| = |3q_2|$  calcule la posición en la que  $q_3$  se halla en equilibrio;
- justifique si el resultado anterior depende del signo de  $q_3$ .



a)  $q_3 = 4|q_2|$

b)  $x = 2,365 d$  y  $x = 0,635 d$ , medidos desde  $q_1$  hacia la derecha.

c) el signo de  $q_3$  es irrelevante.



**Ejercicio 2:** los cuerpos puntuales de la figura se hallan suspendidos del mismo punto por hilos de igual longitud  $\ell$ . Ambos cuerpos tienen masa  $m$  y carga  $q$ , y puede considerarse nula la masa de los hilos. Si en equilibrio el ángulo entre los hilos es  $2\theta$ , determine la carga  $q$  de cada uno de los cuerpos en términos de los parámetros propios del problema ( $m, \theta, g, \ell$ ).

$q = 2\ell \operatorname{sen} \theta [mg \operatorname{tg} \theta / k_0]^{1/2}$       ( $k_0 = 1/4\pi\epsilon_0 \approx 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ )

**Ejercicio 3:** las dos cargas de la figura se hallan en equilibrio, unidas por un resorte de longitud en reposo  $\ell_0 = 0,2\text{m}$  deformado 4cm. Para  $q_1 = 4 \times 10^{-6} \text{ C}$  y  $q_2 = 2 \times 10^{-6} \text{ C}$ .

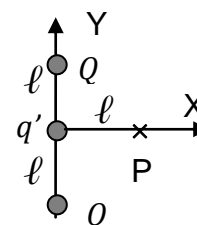
- calcule el valor de la constante elástica  $k_{RES}$ ;
- justifique si es posible reemplazar el resorte por una carga eléctrica  $q_3$  a los efectos de lograr el equilibrio (en caso afirmativo, indique su signo y su posición relativa)
- halle la relación  $q_3 / \ell$  (siendo  $\ell$  la distancia entre  $q_3$  y  $q_1$ );



a)  $k_{RES} = 31,25 \text{ N/m}$ ;    b) para provocar la misma separación (24cm)  $q_3$  debe ser negativa y estar a la izquierda de  $q_2$ ; c) la relación es  $q_3 / \ell^2 = q_1 / (0,24)^2$

**Ejercicio 4:** se tienen 3 cargas eléctricas equiespaciadas una distancia  $\ell$ , las de los extremos de valor  $Q$  y la del centro de valor  $q'$ , como muestra la figura.

- obtenga la relación entre los valores  $Q$  y  $q'$  de manera tal que el campo eléctrico en el punto  $P = (\ell; 0)$  sea nulo;
- suponiendo  $q' = -2Q$ , halle el valor de la fuerza que sentiría una carga de prueba  $q$  en todo punto del eje  $X > 0$ ;

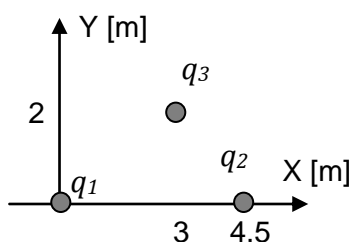


c) con la expresión de la fuerza hallada en el punto (b) calcule el trabajo que realiza la fuerza eléctrica cuando se traslada la carga  $q'$  desde un punto  $x_1 > 0$  a otro punto  $x_2 > x_1$ .

a)  $q' = -\frac{\sqrt{2}}{2}Q$

b)  $\vec{F} = k_0 2Qq \left( \frac{x}{(x^2 + \ell^2)^{3/2}} - \frac{1}{x^2} \right) \hat{e}_x$

c)  $W = \int_{x_1}^{x_2} \vec{F} \cdot d\vec{x} = k_0 2Qq \int_{x_1}^{x_2} \left( \frac{x}{(x^2 + \ell^2)^{3/2}} - \frac{1}{x^2} \right) dx = k_0 2Qq \left( \frac{-1}{\sqrt{x^2 + \ell^2}} + \frac{1}{x} \right) \Big|_{x_1}^{x_2}$



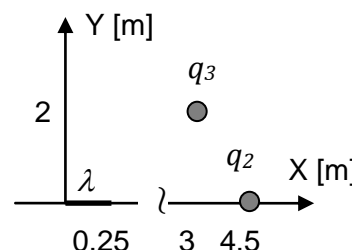
**Ejercicio 5:** las cargas de la figura valen  $q_1 = 2 \times 10^{-6} \text{ C} \equiv 2 \mu\text{C}$ ;  $q_2 = -3 \times 10^{-6} \text{ C} \equiv -3 \mu\text{C}$ ;  $q_3 = 1 \mu\text{C}$ . Calcule:

- a) el valor de la fuerza que las cargas  $q_1$  y  $q_2$  ejercen sobre  $q_3$ ;
- b) el valor del campo eléctrico que las cargas  $q_1$  y  $q_2$  generan en la posición de la carga  $q_3$ .

a)  $(3,74; -2,69) \times 10^{-3} \text{ N}$ ;    b)  $(3,74; -2,69) \times 10^3 \text{ N/C}$

**Ejercicio 6:** reemplace ahora la carga  $q_1$  del ejercicio anterior por una varilla de longitud  $L = 0,25 \text{ m}$  cargada con densidad de carga uniforme  $\lambda = 8 \times 10^{-6} \text{ C/m}$ . a) demuestre que el valor de la carga total de varilla coincide con el valor de  $q_1$  del ejercicio anterior;

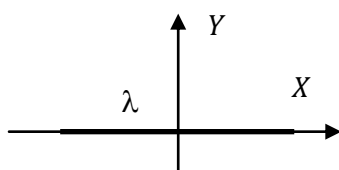
- b) halle el valor de la fuerza que la varilla y la carga  $q_2$  ejercen sobre  $q_3$ ;
- c) discuta por qué difieren los resultados respecto del ejercicio anterior a pesar de tratarse de cargas de idéntico valor.



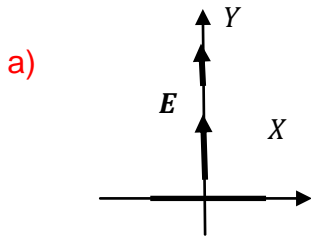
a)  $Q = \int_0^{0,25} \lambda dx' = 2 \times 10^{-6} \text{ C}$ ;    b)  $(3,81; -2,60) \times 10^{-3} \text{ N}$ .

c) la distribución de cargas a lo largo de la varilla provoca una distribución de fuerzas sobre la carga  $q_3$ . Su integral resulta en una fuerza de magnitud diferente respecto del ejercicio anterior.

**Ejercicio 7:** la varilla de la figura, de longitud  $2L$ , posee distribución de carga lineal uniforme  $\lambda(x) = \lambda_0$  ( $\lambda_0 > 0$ ) y se halla en vacío.



- a) haga un dibujo esquemático de la distribución del campo eléctrico que esta varilla genera en todo punto del eje  $Y > 0$ ;
- b) halle la expresión del campo eléctrico en todo punto  $Y > 0$ ;
- c) repita los puntos (a) y (b) suponiendo que la varilla se desplaza horizontalmente de modo tal de tener su extremo izquierdo en  $x = 0$ ;
- d) en la situación del apartado (c), halle la expresión del campo eléctrico generado por la varilla en todo punto del eje  $X > 2L$ .



b) 
$$\vec{E} = k_0 \lambda_0 \int_{-L}^L dx' \frac{(-x'; y)}{(x'^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$E_x = -k_0 \lambda_0 \int_{-L}^L dx' \frac{x'}{(x'^2 + y^2)^{3/2}} = -k_0 \lambda_0 \left[ \frac{-1}{(x'^2 + y^2)^{1/2}} \right]_{-L}^L = 0$$

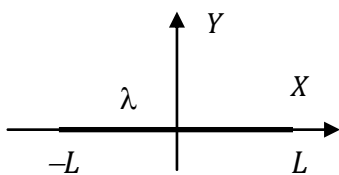
$$E_y = k_0 \lambda_0 \int_{-L}^L dx' \frac{y}{(x'^2 + y^2)^{3/2}} = k_0 \lambda_0 y \left[ \frac{x}{y^2(x'^2 + y^2)^{1/2}} \right]_{-L}^L = k_0 \lambda_0 \frac{2L}{y\sqrt{L^2 + y^2}}$$

c) 
$$\vec{E} = k_0 \lambda_0 \int_0^{2L} dx' \frac{(-x'; y)}{(x'^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$E_x = -k_0 \lambda_0 \int_0^{2L} dx' \frac{x'}{(x'^2 + y^2)^{3/2}} = -k_0 \lambda_0 \left[ \frac{-1}{(x'^2 + y^2)^{1/2}} \right]_0^{2L} = k_0 \lambda_0 \left( \frac{1}{\sqrt{4L^2 + y^2}} - \frac{1}{|y|} \right)$$

$$E_y = k_0 \lambda_0 \int_0^{2L} dx' \frac{y}{(x'^2 + y^2)^{3/2}} = k_0 \lambda_0 y \left[ \frac{x}{y^2(x'^2 + y^2)^{1/2}} \right]_0^{2L} = k_0 \lambda_0 \frac{2L}{y\sqrt{4L^2 + y^2}}$$

d) 
$$\vec{E} = k_0 \lambda_0 \int_0^{2L} dx' \frac{1}{(x - x')^2} \hat{e}_x = k_0 \lambda_0 \left[ \frac{1}{x - x'} \right]_0^{2L} = k_0 \lambda_0 \left( \frac{1}{x - 2L} - \frac{1}{x} \right) \quad x > 2L$$



**Ejercicio 8:** la varilla de la figura, de longitud  $2L$ , se halla en vacío y tiene densidad de carga que varía en la forma  $\lambda(x) = \lambda_0 x$  ( $\lambda_0 > 0$ ).

a) calcule el valor de la carga total de la varilla;

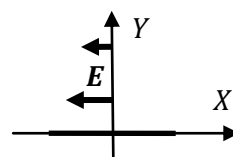
b) dibuje las líneas de campo de la distribución sobre el eje Y;

c) halle la expresión del campo eléctrico en todo punto  $Y > 0$  y corrobore que se corresponde con las líneas de campo del inciso (b);

d) discuta cómo cambian los resultados si la densidad de carga fuera de la forma  $\lambda(x) = \lambda_0 x^2$ .

a)  $Q=0$ ;

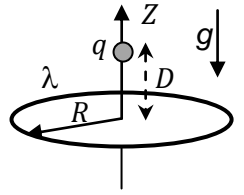
b)



c) 
$$\vec{E} = k_0 \lambda_0 \int_{-L}^L x' dx' \frac{(-x'; y)}{(x'^2 + y^2)^{3/2}} \quad (\text{observe que la 2}^\circ \text{ integral resulta nula})$$

d)  $Q_{TOTAL}$  no sería nula, y el CE sobre el eje Y tendría componente sólo paralela al eje Y.

**Ejercicio 9:** Un anillo de radio  $R$  está cargado con densidad lineal uniforme de carga  $\lambda > 0$  y se halla en el plano horizontal  $XY$  de un sistema de referencia. En el eje de revolución de la espira (el eje  $Z$ ) se coloca una carga puntual de valor  $+q$  y masa  $m$ . La partícula se halla en equilibrio a una altura  $z=D$  sobre el plano de la espira. Halle la expresión:

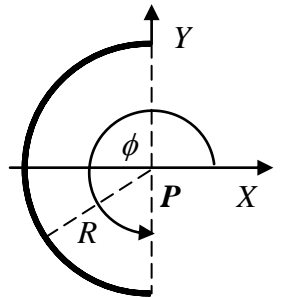


- a) de la densidad de carga  $\lambda$  del anillo (en función de los parámetros  $R, D, q, m$ );  
 b) del campo eléctrico en el centro de la espira (el punto  $(0;0;0)$ ).

a)  $\lambda = \frac{(R^2 + D^2)^{3/2} mg}{2\pi k q R D}$

b)  $\vec{E} = kq/D^2 (-\hat{e}_z)$

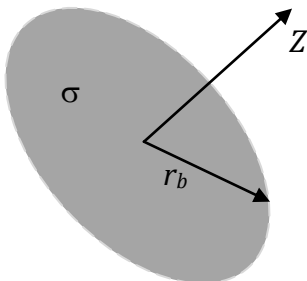
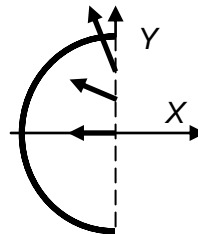
**Ejercicio 10:** considere una semicircunferencia de radio  $R$  cargada con distribución de carga cuya densidad lineal es  $\lambda(\phi) = \lambda_0 \cos\phi$  ( $\lambda_0 > 0$ ). El centro de curvatura de la semicircunferencia es el punto  $P$ .



- a) indique la dirección y sentido de la fuerza que sentiría una carga positiva ubicada en el punto  $P$ .  
 b) dibuje las líneas de campo en los puntos  $(0; 0 < y < R)$  correspondientes a esta distribución.

a)  $\vec{F} = F_x(-\hat{e}_x) \quad F_x > 0$

b)



**Ejercicio 11:** Un disco plano, de radio  $r_b$ , fijo a un sistema de referencia, está cargado homogéneamente con densidad superficial de carga  $\sigma$ , como muestra la figura. Halle la expresión de la intensidad del campo eléctrico en todo punto del eje de revolución del disco (eje  $Z$  en la figura).

$$\vec{E} = -\left(\frac{2\pi k_0 \sigma z}{(r_b^2 + z^2)^{3/2}}\right)_0^{r_b} \hat{e}_z = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} s g(z) \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{r_b^2}{z^2}}}\right] \hat{e}_z$$

**Ejercicio 12:** a partir del resultado del ejercicio anterior, halle la expresión del campo generado (en vacío) por:

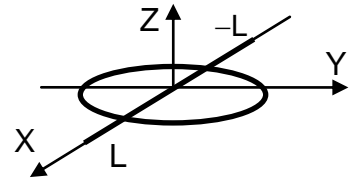
- a) un anillo de radio  $r_b$ ;
- b) una corona de radios interno  $r_a$  y externo  $r_b$ ;
- c) un plano infinito.

$$a) \quad \vec{E} = k_0 \lambda_0 \int_0^{r_b} r_b d\phi' \frac{(-r_b \cos\phi'; -r_b \sin\phi'; z)}{(r_b^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{2\pi k_0 \lambda_0 r_b z}{(r_b^2 + z^2)^{3/2}} \hat{e}_z$$

$$b) \quad \vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} sg(z) \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{r_a^2}{z^2}}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{r_b^2}{z^2}}} \right] \hat{e}_z$$

$$c) \quad \vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} sg(z) \hat{e}_z$$

**Ejercicio 13:** la configuración de cargas de la figura consiste en un anillo de radio  $R$ , uniformemente cargado con densidad de carga  $\lambda_1$  ( $\lambda_1 > 0$ ) y un alambre de longitud  $2L$  que pasa por el centro del anillo y está cargado con densidad de carga variable, de la forma  $\lambda_2 = \beta \lambda_0 x^2$ . ( $\beta$  es un coeficiente de valor unidad y dimensiones  $m^{-2}$ , que se incorpora al solo efecto de ajustar las unidades). Sabiendo que la carga total de la configuración vale cero, halle la expresión de  $\lambda_0$  en función del radio  $R$  del anillo, de  $L$  y de  $\lambda_1$ .

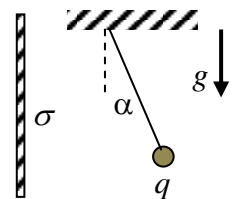


$$\lambda_0 = -3\pi R \lambda_1 / \beta L^3$$

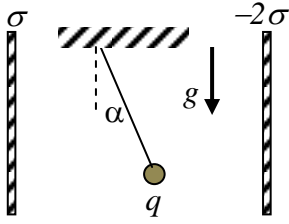
**Ejercicio 14:** la partícula de la figura, de masa  $m$  y carga  $q > 0$  se halla frente a un plano infinito cargado con distribución uniforme de carga de densidad  $\sigma > 0$  y en el vacío. Halle la expresión de la aceleración de la partícula. (No tenga en cuenta la acción del campo gravitatorio sobre la partícula. Para ello puede pensar que se halla sobre un plano horizontal sin rozamiento y que el plano infinito es perpendicular al plano horizontal).

$$a = q\sigma / 2\epsilon_0 m$$

**Ejercicio 15:** un cuerpo puntual de masa  $m = 20g$  se encuentra suspendido de un hilo que forma un ángulo  $\alpha = 37^\circ$  con respecto a una placa plana (que puede considerarse infinita) cargada con densidad uniforme  $\sigma = 8,85 \mu C/m^2$ . Calcule el valor de la carga  $q$ .



$$q = 3 \times 10^{-7} C$$



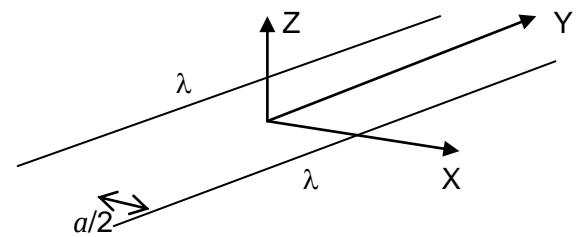
**Ejercicio 16:** la carga puntual  $q$  del ejercicio anterior (cuya masa es  $m=20\text{g}$ ) se coloca ahora entre dos planos (a los efectos prácticos, ambos infinitos). La distancia entre la carga puntual a cada plano es  $d=25\text{cm}$ . El hilo forma un ángulo  $\alpha$  con la vertical. Para  $\sigma = 8,85 \mu\text{C}/\text{m}^2$  y  $q = 3 \times 10^{-7} \text{C}$ ,

- halle el valor del ángulo  $\alpha$ ;
- discuta si el ángulo se modifica al duplicar la distancia entre las placas.

a)  $q = 2\epsilon_0 \frac{mg \operatorname{tg} \alpha}{3\sigma} \Rightarrow \alpha = 66^\circ$

b) la fuerza (y luego el ángulo) es independiente de la distancia de la carga a los planos.

**Ejercicio 17:** sea la configuración de cargas de la figura, formada por dos hilos conductores paralelos de longitud  $2L$ , separados una distancia  $a$ , ambos con densidad de carga  $\lambda$ . Todo el sistema se halla en el mismo plano y en el vacío. a) apelando a razonamientos de simetría puede inferirse cuál o cuáles son las componentes del campo sobre el eje  $Z$ . Dibuje las líneas de campo eléctrico a lo largo de este eje;



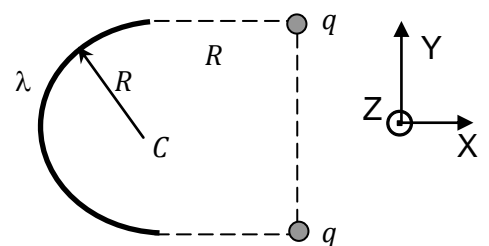
- indique cuánto vale el campo eléctrico en el origen de coordenadas;
- calcule el valor del campo eléctrico  $E$  en todo punto del eje  $Z$  (observe que los alambres se extienden entre  $-L$  y  $+L$ ); asuma  $L \gg a$ .

a) la simetría especular respecto del eje  $Y$  permite inferir que la única componente que puede sobrevivir es  $E_z$  (en el plano  $XY$  las componentes se cancelan de a pares);

b) una carga de prueba en el origen tiene fuerzas aplicadas de a pares iguales y opuestos. Luego, debe ser  $E(z=0) = 0$ ;

c) 
$$\vec{E} = k_0 \lambda_0 \left( 0; 0; \frac{4Lz}{\left(\frac{a^2}{4} + z^2\right) \sqrt{\frac{a^2}{4} + z^2 + L^2}} \right)$$

**Ejercicio 18:** Dada la configuración de la figura (un alambre semicircular cargado con densidad uniforme  $\lambda_0$  y dos cargas puntuales) calcule el campo eléctrico  $E$  en todo punto del eje que pasa por el punto  $C$  y es perpendicular al plano del dibujo. Considere puntuales a las cargas de los extremos. Discuta si el aro se halla en una posición de equilibrio, y de no ser así indique la dirección y sentido de la fuerza que debería aplicarse al aro para evitar que se desplace. Asuma  $q > 0$ ,  $\lambda_0 > 0$ .



$E = E_\lambda + E_q$  ( $E_\lambda$  es el campo del alambre y  $E_q$  el generado por las cargas puntuales)

$$\vec{E}_\lambda = \frac{k_0 \lambda_0}{(R^2 + z^2)^{3/2}} (2R^2 \hat{e}_x + \pi R z \hat{e}_z) \quad \vec{E}_q = \frac{2k_0 q}{(2R^2 + z^2)^{3/2}} (-R \hat{e}_x + z \hat{e}_z)$$

El aro tiende a desplazarse en la dirección  $-\hat{e}_x$ .

**Ejercicio 19:** El campo eléctrico que ingresa a una región del espacio (un cubo de 25m de arista) es constante en el tiempo, tiene la dirección del eje x, apunta en el sentido positivo de dicho eje y decrece desde  $E_1 = 560$  N/C en  $x_1 = 0$  hasta  $E_2 = 410$  N/C en  $x_2 = 25$  m. Calcule el valor de la carga eléctrica encerrada en la región cúbica, sabiendo que dos de sus caras son perpendiculares a la dirección del campo, una de ellas está ubicada en el plano yz y la otra del lado positivo del eje x. ( $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  C<sup>2</sup>/N.m<sup>2</sup>).

$$Q = \epsilon_0 [E(x = 25\text{m}) - E(x = 0)] (25\text{m})^2 = -0,83 \mu\text{C}$$

**Ejercicio 20:** Una carga puntual  $q = 3 \mu\text{C}$  se halla en el centro de una esfera de 1 cm de radio. Calcule:

- el valor del campo eléctrico en los puntos situados en la superficie de la esfera;
- el valor del flujo del campo eléctrico debido a la carga puntual a través de la superficie de la esfera;
- el valor del flujo del campo eléctrico debido a la misma carga puntual pero a través de la superficie de un cubo de arista 2cm cuyo centro coincide con el centro de la esfera;
- a la luz del resultado anterior, discuta cómo varía el flujo si
  - se duplica el área de la superficie que encierra a la carga;
  - se duplica el valor de la carga encerrada;
- discuta si el valor del flujo varía si la carga puntual es desplazada del centro de simetría (pero se mantiene dentro de la superficie cerrada);
- discuta si el valor del campo eléctrico sobre la superficie de la esfera varía si la carga puntual es desplazada del centro de simetría (pero se mantiene dentro de la superficie cerrada).

a)  $E = 2,7 \times 10^8$  N/C  $e_r$ ; b)  $\phi_E = 3,39 \times 10^5$  Nm<sup>2</sup>/C; c)  $3,39 \times 10^5$  Nm<sup>2</sup>/C; d1) no varía; d2) se duplica; e) el valor del flujo no varía; f) se modifica y deja de ser homogéneo sobre la superficie.

**Ejercicio 21:** regrese al ejercicio 5 y calcule:

- el potencial (respecto del infinito) de las cargas  $q_1$  y  $q_2$  en el punto (3;2) (donde se halla  $q_3$ );
- el trabajo que realiza la fuerza eléctrica cuando se transporta la carga  $q_3$  desde su posición hasta el punto (0; 2).

a)  $V_{q_1}(3;2) = 4992,3\text{V}$   $V_{q_2}(3;2) = -10800\text{V}$   $V(3;2) = -5807,3\text{V}$ ;

b)  $V(0;2) = 3517,1\text{V}$  y  $W_{el} = -q_3 [V(0;2) - V(3;2)] = -9,32 \times 10^{-3}$  J

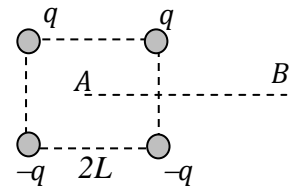
**Ejercicio 22:** a) regrese al ejercicio 6 y calcule el potencial que genera el alambre en el punto (3;2) respecto del infinito. Compare este valor con el obtenido para el potencial de la carga  $q_1$  en el ejercicio anterior. Discuta a qué se debe la diferencia.

b) a partir del valor del potencial del alambre, calcule el trabajo que debe efectuarse en contra de la fuerza eléctrica para transportar la carga  $q_3$  desde el infinito hasta su posición final, en presencia del alambre y la carga  $q_2$ .

$$\left( \int_0^L \frac{dx}{\sqrt{(x-3)^2 + 4}} = \int_{-3}^{L-3} \frac{du}{\sqrt{u^2 + 4}} = \ln \left[ u + \sqrt{u^2 + 4} \right]_{-3}^{-2,75} \right)$$

a)  $V_{al} = 5140,7 \text{ V}$     b)  $W = -5,66 \times 10^{-3} \text{ J}$

**Ejercicio 23:** sea la configuración de cargas de la figura, en la que cuatro cargas puntuales, de valor  $q$  las superiores y  $-q$  las inferiores, se hallan en los vértices de un cuadrado de lado  $2L$  y en el vacío. El punto  $A$  se halla en el centro del cuadrado, y el punto  $B$  a cierta distancia de  $A$  sobre la mediatriz del lado derecho del cuadrado. Halle:



a) la expresión del vector campo eléctrico generado por la configuración en el punto  $A$ .

b) el trabajo mecánico requerido para llevar una carga puntual de valor  $Q$  desde  $A$  hasta  $B$ , con energía cinética constante y en contra sólo de la fuerza eléctrica.

a)  $\vec{E}_A = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sqrt{2}}{L^2} q \hat{e}_y$

b)  $V_A = V_B = 0$  debido a que  $A$  equidista de las cuatro cargas, que suman cero, y en  $B$  se anula el potencial de  $q_1$  con el de  $q_3$  y el potencial de  $q_2$  con el de  $q_4$ . En consecuencia  $W_{AB} = 0$

**Ejercicio 24:** dos cargas puntuales  $q_1$  y  $q_2 = -3q_1$  se hallan separadas una distancia  $d=1\text{m}$ . Halle los puntos sobre la recta que une a las cargas en los que se anula el potencial asociado a estas cargas y en los que se anula el campo eléctrico. Discuta cuánto vale el potencial de esta configuración en el infinito.

Si  $x_{q_1} = 0$  y  $x_{q_2} = 1\text{m}$ ,  $V=0$  en  $x=0,25\text{m}$  y  $E=0$  en  $x= 0,366\text{m}$  y en  $x=-1,366\text{m}$ . En el infinito el potencial se anula.

**Ejercicio 25:** sean cuatro cargas puntuales  $q_1 = 10^{-4} \text{ C}$ ,  $q_2 = -2 \times 10^{-4} \text{ C}$ ,  $q_3 = 3 \times 10^{-4} \text{ C}$ ,  $q_4 = 2 \times 10^{-4} \text{ C}$ , ubicadas en los vértices de un cuadrado de  $1\text{m}$  de lado.

a) calcule el potencial de la configuración en el centro del cuadrado;

b) justifique si el intercambio de posiciones de las cargas modifica el valor del potencial en el centro del cuadrado;

c) justifique si el valor hallado en (a) vale para todo punto del cuadrado.



- a)  $V=50,9 \times 10^5$  V;    b) El potencial es invariante frente al intercambio de cargas;  
 c) No, sólo vale en el centro porque para otros puntos varían las distancias a las cargas.

**Ejercicio 26:** se coloca una carga puntual  $Q>0$  en el centro de una cáscara metálica esférica de radios interno  $r_{INT}$  y externo  $r_{EXT}$ . Suponiendo que la cáscara esférica tiene carga  $q>0$ ,

a) halle la expresión del campo eléctrico y del potencial electrostático en las regiones  $r < r_{INT}$ ,  $r_{INT} < r < r_{EXT}$ ,  $r > r_{EXT}$ ;

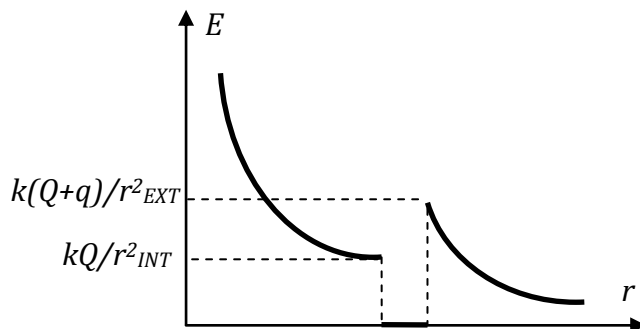
b) grafique la función campo eléctrico suponiendo  $1 + \frac{q}{Q} > \left(\frac{r_{EXT}}{r_{INT}}\right)^2$

$$0 < r < r_{INT} \quad \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{e}_r \quad V(r) = V(r_{INT}) + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_{INT}} \right) \quad V(r_{INT}) = \frac{q+Q}{4\pi\epsilon_0 r_{EXT}}$$

$$r_{INT} < r < r_{EXT} \quad E = 0 \quad V(r) = \frac{q+Q}{4\pi\epsilon_0 r_{EXT}}$$

$$r > r_{EXT} \quad \vec{E} = \frac{q+Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{e}_r \quad V(r) = \frac{q+Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

b)



**Ejercicio 27:** Dos esferas huecas concéntricas de radios  $r_a$  y  $r_b > r_a$ , están cargadas con cargas  $Q_a > 0$  y  $Q_b < 0$ , respectivamente. Se transporta una carga negativa desde la esfera exterior a la interior. Justifique e indique claramente:

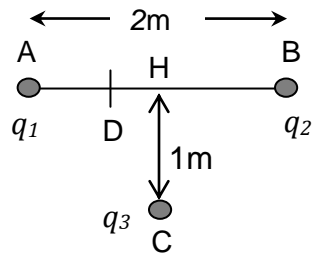
- la dirección y el sentido del campo eléctrico de la configuración en la región interna;
- la dirección y el sentido de la fuerza eléctrica sobre la carga  $q < 0$ ;
- la dirección y sentido del gradiente de potencial;
- el signo del trabajo que debemos realizar en contra de la fuerza eléctrica para transportar la carga a velocidad constante.

- a)  $E$  tiene dirección radial saliente, pues se dirige de la esfera con carga positiva a la de carga negativa;  
 b)  $F$  es un vector opuesto a  $E$  porque la carga es negativa (la fuerza es radial y entrante);  
 c) el gradiente de potencial es radial y entrante porque siempre es un vector opuesto a  $E$ ;  
 d) el trabajo es negativo porque ejercemos fuerza en sentido contrario al desplazamiento.

**Ejercicio 28:** regrese al ejercicio 4, y suponiendo  $q' = -2Q$ , halle la expresión del potencial que origina la configuración en todo punto del eje  $X / x \neq 0$ . Calcule la expresión del trabajo que realiza el campo eléctrico si se transporta la carga  $q'$  entre dos puntos  $x_1 > 0$  y  $x_2 > x_1$  en presencia de las cargas  $Q$ . Compare con el valor hallado en el inciso (c) del problema 4.

$$V(x) = 2kQ \left( \frac{1}{\sqrt{x^2 + \ell^2}} - \frac{1}{x} \right) \quad W = -2kQq' \left( \frac{1}{\sqrt{x_2^2 + \ell^2}} - \frac{1}{\sqrt{x_1^2 + \ell^2}} \right)$$

**Ejercicio 29:** las cargas  $q_1 = 2\mu\text{C}$  y  $q_2 = -3\mu\text{C}$  de la figura, ubicadas en los puntos A y B, respectivamente, se hallan separadas una distancia  $AB=2\text{m}$ . Desde el punto C, ubicado un metro por debajo del punto medio del segmento AB, se lleva una carga  $q_3 = 5\mu\text{C}$  al punto D, 30 cm a la derecha de  $q_1$ .



a) calcule el trabajo realizado para transportar la carga  $q_3$  desde C hasta D por los siguientes caminos

- a1) por la recta CD
- a2) CH + HD (H es el punto medio del segmento AB) ;
- a3) CC' + C'D (C' es el punto situado 2m por encima de C);

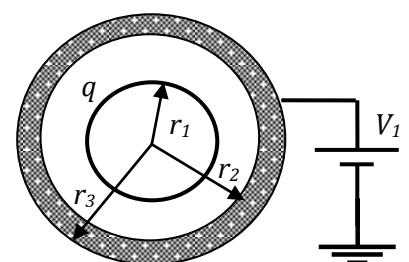
b) calcule la fuerza necesaria para mantener a la carga  $q_3$  en equilibrio en el punto D;  
 c) discuta y justifique si el trabajo necesario para llevar la carga  $q_3$  a 30 cm a la izquierda de  $q_2$  es mayor, menor o igual que el calculado en el punto (a);  
 d) discuta y justifique cómo cambiarían cualitativamente los resultados de los puntos (a) y (b) si la carga  $q_3$  fuera negativa.

a)  $W = 0,22 \text{ J}$  por cualesquiera de estos caminos;      b)  $F = - (79,5; 15,9) \times 10^{-3} \text{ N}$ ;  
 c) el módulo del trabajo es mayor (de hecho,  $W = -0,36 \text{ J}$ );    d) ambos cambiarían de signo.

**Ejercicio 30:** un anillo de radio  $R_a=3\text{m}$ , tiene densidad de carga uniforme  $\lambda=2 \times 10^{-8} \text{C/m}$  y se halla sobre el plano XY. Calcule el trabajo que realiza el campo eléctrico para transportar a velocidad constante una carga puntual  $q= 10 \mu\text{C}$  desde el centro del anillo hasta la posición  $z=4\text{m}$ .

$$W = -2\pi k_0 \lambda q R_a \left( \frac{1}{\sqrt{R_a^2 + z^2}} \right)_0^{z=4} = 4,52 \times 10^{-3} \text{ J}$$

**Ejercicio 31:** un conductor esférico de radio  $r_1$  tiene carga  $q > 0$ . Se encuentra en el interior de una cáscara esférica conductora de radios interno  $r_2$  y externo  $r_3$ . Las esferas son concéntricas y la externa se halla conectada a una pila de potencial  $V_1$ . Halle la expresión



- a) de la cantidad de carga neta  $Q$  sobre la esfera de radio  $r_3$ ;  
 b) del campo eléctrico y el potencial generado por esta distribución en todo punto del espacio;  
 c) justifique si para esta distribución de cargas puede considerarse nulo el potencial de infinito;  
 d) justifique si para esta distribución de cargas puede considerarse nulo el potencial en el origen.

a)  $Q = 4\pi\epsilon_0 V_1 r_3$

b)  $r < r_1$                        $E = 0$                        $V(r) = V_1 + \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$

$r_1 < r < r_2$                        $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{e}_r$                        $V(r) = V_1 + \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_2} \right)$

$r_2 < r < r_3$                        $E = 0$                        $V(r) = V_1$

$r > r_3$                        $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{e}_r$                        $V(r) = V_1 + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_3} \right)$

c) Si, porque en el infinito no hay cargas de esta distribución;

d) Si, porque esta distribución no tiene cargas en el origen.

**Ejercicio 32:** considere un alambre recto de longitud infinita, en vacío, cargado con densidad uniforme de carga  $\lambda > 0$ .

- a) halle la expresión del campo eléctrico generado por esta distribución;  
 b) halle la expresión del potencial electrostático para esta distribución de cargas;  
 c) justifique si en este caso puede considerarse nulo el potencial de infinito;  
 d) justifique si para esta distribución de cargas puede considerarse nulo el potencial sobre el alambre;  
 e) suponga que se cambia la densidad uniforme de carga por otra variable, digamos, la mitad superior de valor  $\lambda_1$  y la mitad inferior de valor  $\lambda_2$ . Discuta y justifique cuáles son las simetrías que se conservan.

a)  $\vec{E}(R) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \hat{e}_R$                       b)  $V(R) = V(R_0) - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{R}{R_0}\right)$                        $0 < R_0 < \infty$

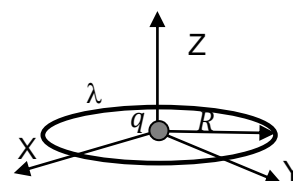
c) No, porque esta distribución tiene carga en el infinito;

d) No, porque sobre el alambre hay cargas;

e) Sólo se conserva la simetría de rotación, se pierde la de traslación y el campo y el potencial dejan de ser cilíndricamente simétricos.

**Ejercicio 33:** El anillo de la figura, de radio  $R$ , tiene densidad de carga lineal  $\lambda = \lambda_0 \cos \phi$  ( $\lambda_0 > 0$ ). En el centro del anillo se aloja una carga puntual de valor  $q$  ( $q > 0$ ). Halle la expresión:

- a) de la fuerza que la carga  $q$  ejerce sobre el sector del anillo comprendido entre  $\phi = \pi/6$  y  $\phi = \pi/2$ ;  
 b) el trabajo que realiza el campo para transportar a velocidad constante

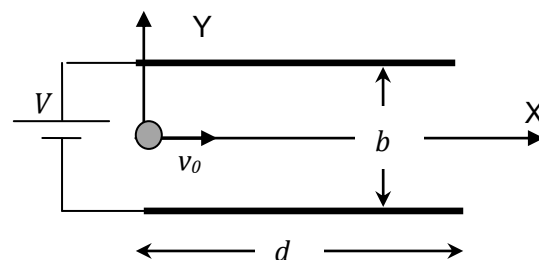


una carga  $q$  idéntica a la del centro del anillo desde  $z = z_1 > 0$  hasta  $z = z_2 > z_1$  en presencia del anillo y de la carga del centro. Indique el signo de este trabajo.

a)  $(kq\lambda_0/R) (-0,5 \mathbf{e}_x; -0,867 \mathbf{e}_y)$

b)  $-kq^2 [(1/z_2) - (1/z_1)] > 0$  (Observe que el CE del anillo es perpendicular al eje Z)

**Ejercicio 34:** dos placas metálicas de longitud  $d$ , separadas una distancia  $b$ , se hallan a potencial  $V$ . Entre estas placas se inyecta con velocidad  $v_0$  un haz de partículas  $\alpha$  (núcleos de Helio,  ${}^4_2\text{He}$ ) que consisten en dos protones y dos neutrones (en total 4 nucleones, de manera tal que la masa de esta partícula es  $m_\alpha = 4 m_p = 6,68 \times 10^{-27} \text{ kg}$  y su carga vale  $q_\alpha = 2 q_p = 3,2 \times 10^{-19} \text{ C}$ , donde  $m_p$  y  $q_p$  representan la masa y la carga eléctrica del protón, respectivamente). Escriba la ecuación de la trayectoria,  $y=f(x)$ , del haz de partículas cuando se mueve entre las placas.



$$y = -\frac{q_\alpha V}{2m_\alpha b v_0^2} x^2 \quad x < d$$

**Ejercicio 35:** Del siguiente conjunto de afirmaciones sólo dos son verdaderas. Indique cuáles son

El potencial de una configuración de cargas es nulo si la carga total de la configuración es nula.
El campo electrostático es tangente a la superficie de un conductor.
El flujo de campo eléctrico se duplica si se duplica el área de la superficie que encierra las cargas.
El CE en la superficie de un conductor en equilibrio electrostático es perpendicular a esa superficie.
El potencial electrostático crece en el sentido del CE.
El potencial de infinito siempre puede tomarse igual a cero cualquiera sea la configuración de cargas.
Flujo de campo nulo implica campo eléctrico nulo.
El potencial de una configuración de cargas crece en sentido opuesto al CE.
Si la carga total de una configuración es cero, el CE que genera es nulo.
El teorema de Gauss es válido sólo si la configuración de cargas posee muy alta simetría.
El potencial de una configuración de cargas crece en sentido perpendicular al CE.

*El CE en la superficie de un conductor en equilibrio electrostático es perpendicular a esa superficie.  
El potencial de una configuración de cargas crece en sentido opuesto al CE.*

**Ejercicio 36:** Del siguiente conjunto de afirmaciones sólo dos son verdaderas. Indique cuáles son

	El potencial de una configuración de cargas es una función siempre decreciente con la distancia.
	El campo eléctrico es un vector siempre paralelo (igual dirección y sentido) a la fuerza eléctrica.
	En un campo eléctrico no nulo una carga en reposo puede mantenerse en reposo.
	El valor del potencial electrostático en un punto queda definido siempre de manera absoluta.
	El potencial de infinito de una configuración finita de cargas debe ser nulo.
	Una carga cualquiera puede permanecer en reposo entre dos cargas $q_1$ y $q_2$ sólo si $sg(q_1) = -sg(q_2)$
	Dadas dos cargas iguales no existe ningún punto en el que se anule su CE.
	Dadas dos cargas iguales existe un punto no infinito en el que se anula su potencial electrostático.
	El teorema de Gauss es válido sólo para superficies con simetría definida.
	El potencial electrostático es una medida del trabajo de la fuerza eléctrica por unidad de carga.

*Una carga cualquiera puede permanecer en reposo entre dos cargas  $q_1$  y  $q_2$  sólo si  $sg(q_1) = -sg(q_2)$ .*

*El potencial electrostático es una medida del trabajo de la fuerza eléctrica por unidad de carga.*