UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA
Examen Final 23/7/2024

Apellido del alumno: .... **Nombre:** ....
Corrigió: .... **Revisó:** ....

1		2		3		4		5		CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.
No resuelva el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas
Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos.

1) a) De entre todos los planos que pasan por la recta

$$r: (x, y, z) = (1, -1, 0) + \lambda(1, 0, 1), \lambda \in \mathbb{R}$$

halle aquél que pase por el punto $(1,1,1)$.

b) Identifique y grafique las intersecciones del plano hallado con los planos coordenados.

---

2) Sean $A,\ B\ \in \mathbb{R}^{4\times 4},\ B = (2A_4 \quad A_2 \quad A_1 \quad -A_3)$, siendo A_i las columnas de A, y $Det(A + B) = 1$.

Determine, fundamentando adecuadamente, si la matriz A es inversible.

---

3) Encuentre la expresión analítica de una transformación lineal $T: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ que tenga a $(1,1,0)$ por uno de sus autovectores, al plano $\alpha: x - y = 0$ por autoespacio y por autovalores a 1 y -1.

¿Es única? ¿Es diagonalizable? Justifique sus respuestas.

---

4) Considere la transformación lineal $F: \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ cuya matriz, en bases

$B = \{(1,1,1,1), (1,1,1,0), (1,1,0,0), (1,0,0,0)\}$ para el dominio y canónica para el codominio, es

$$M(T)_{BE} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) Analice si existe $k \in \mathbb{R}$ para que $(k, -1, k) \in Im(T)$.

b) Halle el núcleo de F, una base del mismo e indique si F es sobreyectiva.

---

5) **a)** Considere la superficie de ecuación $S\!: \ x + A\,(y-1)^2 + Bz^2 = 2Bz$.

Elija valores reales de A y B para que S resulte un cilindro parabólico que pase por el punto $(3,1,3)$.

b) Dada la superficie de ecuación $z = 2x^2 + (y-1)^2$, grafique y parametrice la curva intersección de la superficie con el plano $y = 2$.