UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Examen Final 24/07/2024

APELLIDO DEL ALUMNO:.......................................**NOMBRE:**...............................

CORRIGIÓ:.. **REVISÓ:**..

1	2	3	4	5	Calificación

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.
No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas
Condición de aprobación (6 puntos): 50 % del examen correctamente resuelto.

---

1. Probar las siguientes afirmaciones. Justificar sus respuestas.

(a) “La serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen}(nx)}{2^n}$ converge para toda $x \in \mathbb{R}$."

(b) “Si f es una función al menos tres veces derivable en todo $\mathbb{R}$ que tiene un máximo local en $x = 0$, entonces la función $g(x) = \dfrac{f'(x)\cos x}{e^x - 1}$ tiene una discontinuidad evitable en $x = 0$."

2. Determinar la ecuación de la recta tangente a $F(x) = \displaystyle\int_0^{x^2-x+1} (t\,e^{t-1})\,dt$, en $x = 1$.

3. Calcular el área de la región plana comprendida entre las curvas de ecuaciones $y = 2 - x^2$, e $y^3 = x^2$.

4. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (4; 2) y determina un triángulo de área mínima con los semiejes positivos de coordenadas. Calcular dicho valor mínimo.

5. (a) Hallar la serie de Taylor en $x = 0$ de la función $f(x) = \operatorname{sen}^2 x$ y determinar su campo de convergencia. (Puede resultar útil recordar que $\operatorname{sen}^2 x = 1/2(1 - \cos(2x))$)
(b) Utilizando el resultado anterior, calcular

$$\frac{\pi^2}{2!\,2^3} - \frac{\pi^4}{4!\,2^5} + \frac{\pi^6}{6!\,2^7} - \frac{\pi^8}{8!\,2^9} + \ldots$$