

APELLIDO DEL ALUMNO: **NOMBRE:**

CORRIGIÓ: **REVISÓ:**

T1	T2	P1	P2	P3	P4	CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas

Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos (uno de T1 o T2 y dos de P1, P2, P3 o P4).

T1) Indique si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa. Fundamente correctamente la respuesta.

a. El flujo del campo vectorial $\vec{F}(x, y, z) = (x + y, y + z, x + z)$ a través de la superficie S:

$x^2 + y^2 + z^2 - 2z = 0$ con $z \geq 1$, orientada con la normal de componente z positiva, es igual a $\frac{\pi}{2}$.

b. La ecuación del plano tangente a la superficie de ecuación $z = f(x, y) + x^2$ en el punto en (1,2,4) es $z = 2x + 2$ sabiendo que, f es una función de clase $C^2(\mathbb{R}^2)$ y admite un valor máximo local 3 en el punto (1,2).

T2) a. Defina punto silla de un campo escalar $f: U \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$.

b. Muestre que $f(x, y) = x^2 \ln(y - 5)$ admite en $(x_0, y_0) = (0, 6)$ un punto silla.

P1) Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x \cdot \text{sen } y}{y} & \text{si } y > 0 \\ xy & \text{si } y \leq 0 \end{cases}$ Para cada $\vec{v} \in \mathbb{R}^2$ analice la existencia de las derivadas direccionales $f'((0,0), \vec{v})$. Justifique la respuesta.

P2) Plantee la integral triple (sin calcular) que permite hallar del volumen del cuerpo definido por

$$z \leq 4 - x - y, \quad 2x + y \geq 4 \quad \text{en el primer octante.}$$

P3) Sea $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ una función de clase $C^2(\mathbb{R}^3)$ y el campo vectorial $\vec{F}(x, y, z) = (yz + 2, g(x, y, z), z)$.

Si se sabe que la circulación de \vec{F} a lo largo de la curva C parametrizada por

$\vec{r}: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^3 / \vec{r}(t) = (\cos t, \text{sen } t, \text{sen } t)$ es igual a 1, calcule el flujo del rotor de \vec{F} a través de la porción del

plano $S: y = z$, contenida en $x^2 + y^2 \leq 1$, $y \geq 0$ considerando la normal de componente z positiva.

Grafique S y C .

P4) Determine la solución de la ecuación diferencial $(2y - 4x^2)dx + xdy = 0$ que pasa por el punto (1,1).