



**APELLIDO DEL ALUMNO:**.....**NOMBRE:**.....

**CORRIGIÓ:**..... **REVISÓ:**.....

1	2	3	4	5	Calificación

*Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.*

*No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas*

Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos.

**1.** Sean  $r : (x, y, z) = \lambda(1, 0, -2), \forall \lambda \in \mathbb{R}$  y  $\pi$  el plano que contiene a los puntos  $A(0, 1, 1)$ ,  $B(3, -1, -1)$  y  $C(3, 0, 1)$ . Hallar todos los puntos de la recta  $r$  cuya distancia al plano  $\pi$  es 3.

**2.** Sea la transformación lineal  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  tal que la matriz de la transformación asociada a las bases  $E$  y  $B$  de  $\mathbb{R}^2$  es la siguiente:  $[T]_{EB} = \begin{pmatrix} 8 & a \\ a & 2 \end{pmatrix}$  siendo  $E = \{(1, 0), (0, 1)\}$  y  $B = \{(-1, 1), (0, 1)\}$

- Determinar todos los valores de  $a$  tal que la transformación lineal sea biyectiva.
- Siendo  $a = 2$ , hallar  $v \in \mathbb{R}^2$  tal que  $T(v) = (4, -2)$

**3.** Sea  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & a \\ 0 & -2 & b \end{pmatrix}$

- Hallar  $a, b \in \mathbb{R}$  para que  $(1, 1, 1)$  sea un autovector de  $A$ .
- Para los valores hallados encontrar, si existe, una matriz inversible  $P \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  y una matriz diagonal  $D \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ , tal que:  $A = PDP^{-1}$

**4.** Siendo:  $z \in \mathbb{C}$  tal que  $|z| = \sqrt{2}$  y  $\arg(z) = \frac{1}{6}\pi$ , expresar en forma binómica el número:  $\overline{iz^4}$

**5.** Dada la superficie:  $x^2 - 2x + Cy^2 + Bz = 5$ . Hallar  $B$  y  $C$  de modo tal que su traza con el plano  $z = 0$  sea una circunferencia de radio  $\sqrt{6}$  y la traza con  $y = 0$  sea una parábola con vértice en  $(1, 0, 3)$ . Identificar y graficar la superficie para los valores de  $B$  y  $C$  hallados.