ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Examen Final 18 /10/2024

APELLIDO DEL ALUMNO: .... NOMBRE: ....

CORRIGIÓ: .... REVISÓ: ....

1	2	3	4	5	CALIFICACIÓN

***Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta*.**
No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas
Condición de aprobación (6 puntos): 50% del examen correctamente resuelto.

1 – Dada la función $f(t) = \begin{cases} t+1 & si\ \ t \leq 2 \\ t^2 - 1 & si\ \ t > 2 \end{cases}$

a) Hallar la expresión de la función $F(x) = \int_1^x f(t)\, dt$.
b) Hallar el área entre los gráficos de las funciones f y $g(t) = t^3 - 3t + 1$ en el intervalo $[-2;\ 3]$.

2 – Dada la función $f(x) = \sum_{n=2}^{\infty} 3^n (x-1)^n$

a) Determinar su dominio.
b) Hallar $f\left(\frac{5}{6}\right)$, si es posible.

3 – Dada la función $f(x) = ae^{bx} + c$

a) Si su polinomio de Mc Laurin de grado 2 es: $P_2(x) = 1 + 12x + 24x^2$, hallar las constantes $a, b\ y\ c$.
b) Si $a = 1, b = 3\ y\ c = -3$, determinar un intervalo en el que se pueda asegurar que hay un cero de la función. Justificar la respuesta.

4 – Determinar si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Justificar.
a) Si la función f es derivable en $\mathbb{R}$ entonces es integrable en cualquier intervalo real.
b) Si $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ es convergente y $\frac{1}{n} \leq b_n \leq \frac{a_n}{n}$ entonces $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$.

5 – Se debe hacer una abertura de ventilación en una pared con la forma de un rectángulo con un semicírculo a cada lado como se indica en la figura. Si la longitud del contorno de la abertura es de 6π metros, determinar las dimensiones de la abertura para dejar pasar la mayor cantidad de aire. (La cantidad de aire que pasa depende sólo de la superficie de la abertura)