ANÁLISIS MATEMÁTICO II

Examen final **09/10/2024**

Apellido y nombre:

Corrigió: **Revisó:**

T1	T2	P1	P2	P3	P4	Calificación

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta. No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas

Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos (uno de T1 o T2 y dos de P1, P2, P3 o P4).

T1. *a*) Defina **punto regular** de una curva en $\mathbb{R}^3$.

b) Determine si $P_0 = (4, -4, 3)$ es un punto regular de la curva imagen de la función $\vec{f}(t) = (t^3 + 3t^2,\ t^2 + 4t,\ 3)$.

T2. Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas; **justifique claramente su respuesta.**

a) Si $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2y^3}{x^2+y^2}\ , & \text{si } (x,y) \neq (0,0), \\ 2\ , & \text{si } (x,y) = (0,0). \end{cases}$

entonces **no existe el límite** $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$.

b) Si V es el cuerpo **en el primer octante** definido por $\sqrt{x^2+y^2} \leq z$, $x^2+y^2 \leq 4$ y $z \leq 4$, entonces la integral $\iiint_V x\, dxdydz$ puede calcularse, en coordenadas cilíndricas, mediante la integral

$$\int_0^{\pi/2} \left[\int_0^2 \left[\int_0^r r^2 \cos(\theta)\, dz \right] dr \right] d\theta$$

P1. Sea Π el plano tangente a la superficie definida por $x^2 + y^3 + z^3 - z = 2$ en el punto $(1,1,0)$. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x,y,z) = (y,\ 0,\ 0)$ a través de la porción de Π que verifica $4x^2 + y^2 \leq 4$, $y \geq 0$, orientada con vectores nomales con tercera componente positiva.

P2. Calcule el flujo de $\vec{f}(x,y,z) = (xy^2, yz^2, zx^2)$ a través de la superficie frontera del conjunto definido por $1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$, $z \geq 0$, orientada con el campo normal exterior.

P3. Halle las direcciones de derivada direccional nula en el punto $\mathbf{x}_0 = (4,2)$ de la función $g(x,y) = xf(x,y)$, donde $z = f(x,y)$ es la función definida implícitamente por $xy + ze^{z-1} = 9$ en un entorno del punto $(4,2,1)$.

P4. Halle la solución de la ecuación $y'' - y' - 2y = -2x - 1$ cuya recta tangente en $(0, y_0)$ es $y = 7x + 3$.