**ANÁLISIS MATEMÁTICO I**

**Examen Final 18-12-2024**

Apellido y nombre del alumno/a:..........................................................................

Corrigió:..................................................Revisó:...................................................

| 1) | 2.1) | 2.2) | 3.1) | 3.2) | 4.1) | 4.2) | 5) | Calificación |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | |

***Todas las respuestas deben estar justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.***

***No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas.***

Condición de aprobación (6 puntos): 50 % del examen correctamente resuelto.

**1)** Dada la función: $f(x)=\begin{cases} x^3+ax+b & si \quad x\leq 0 \\ (x-1)^2+(x-1)+c & si \quad x>0 \end{cases}$

Encuentre los valores de las constantes $a$ , $b$ y $c$ tales que exista recta tangente en el punto $(0, f(0))$ y $x=-1$ sea un cero de la función. Grafique $f$ y la recta tangente.

**2)** Dada la función $f(x)=x^3-x$

**2.1)** Obtenga la función $F(x)$, función integral de $f$ en el intervalo $[-1,1]$. Grafique $f$ y $F$.

**2.2)** Calcule el área del recinto limitado por las curvas de $f$ y $g(x)=-2(|x|-1)$. Grafique el recinto.

**3)** Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justifique:

**3.1)** El polinomio de Mc Laurin de $h(x)=\int_0^x sen^2(z)dz$ de cuarto grado es: $p_4(x)=\dfrac{x^3}{3}$.

**3.2)** En los puntos de inflexión de la curva de $y(x)=x+sen(x)$ la pendiente es igual a dos.

**4)** Una partícula se mueve en línea recta con una aceleración: $a=\dfrac{1}{2(v+1)}$, siendo $v$ la velocidad en cada instante.

Obtenga la ley de:

**4.1)** La velocidad, si la velocidad inicial $v(t=0)=0$, grafique $v(t)$. $\left(Aclaración: \ a=\dfrac{dv}{dt}\right)$

**4.2)** La aceleración en función del tiempo $a=a(t)$, grafique $a(t)$.

**5)** Sea $(a_n)_{n\geq 1}$ / $a_n=\int_0^\infty x\, e^{-nx}dx$ . Encuentre el intervalo de convergencia de la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n\,(x-2)^{2n}}{9^n}$$