ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA
Examen Final 11/02/2025

Apellido del alumno: .... **Nombre:** ....
Corrigió: .... **Revisó:** ....

1		2		3		4		5		CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.
No resuelva el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas
Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos.

1) a) Considere el plano de ecuación $\pi: (x, y, z) = (0,0,1) + \alpha(1,0,-1) + \beta(0,1,-2), \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ y la recta $L: \begin{cases} x - y = 1 \\ z + ky = 0 \end{cases}$. Halle, si existe, el valor real de "k" para que la recta L esté contenida en el plano π.
b) Grafique el plano y proporcione ecuaciones para sus trazas con los planos coordenados.

2) Sea la transformación lineal $F: P_2 \to \mathbb{R}^3$ que verifica las siguientes condiciones:
$$F(1 + x) = v_1, \qquad F(1 + x^2) = v_2, \qquad F(x^2) = v_3$$
a) Halle $F(2 - 3x + 4x^2)$ en función de v_1, v_2 y v_3.
b) Si $v_1 = (1,1,0), v_2 = 2v_1$ y $v_3 = (0,0,0)$ encuentre la matriz de F respecto de la base $B = \{1, x, x^2\}$ para el dominio y $B' = \{(0,0,1), (1,0,0), (0,1,0)\}$ para el codominio.

3) Determine el valor de verdad de las siguientes afirmaciones, justificando su respuesta:
a) "$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ no es diagonalizable".
b) "Si $F: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ tiene a 0 por autovalor entonces F no es sobreyectiva".

4) Considere la superficie de ecuación: $x^2 + A(y - 1) + Bz^2 = 0$
a) Halle valores de A y B, si existen, para que la ecuación corresponda a un paraboloide circular que pasa por el punto P(2,-1,0). Justifique.
b) Para $A = 4$, $B = 0$:
b$_1$) identifique y grafique la superficie.
b$_2$) parametrice la curva que resulta de la intersección de la superficie con el plano z=2 y represéntela en el gráfico anterior.

5) Halle los números complejos z que verifiquen simultáneamente:
$$\begin{cases} |z - i| \leq 2 \\ z.\bar{z} + Re(z^2) - 2[Re(z)]^2 + Re(iz) = -2 \end{cases}$$
Grafique el conjunto solución en el plano complejo.