UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

ALGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

Examen Final 18/02/2025

APELLIDO DEL ALUMNO:..NOMBRE:.......................................
CORRIGIÓ:.. REVISÓ:..

1	2	3	4	5	Calificación

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.
No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas
Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos.

---

1. Sean las rectas, r: $\begin{cases} x - 5z + 7 = 0 \\ y = -3 \end{cases}$ y t: $(x; y; z) = (-4; 3; 1) + \lambda(6; -3; 1)$ con $\lambda \in \mathbb{R}$

a) Verificar que ambas rectas son incidentes y hallar el punto de intersección.

b) Encontrar la ecuación general del plano que las contiene.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal tal que : $M_{BC}(T) = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ k & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Siendo las bases $B = \{(1, 0, 0); (1, 1, 0); (1, 1, 1)\}$ y $C = \{(-1, 0, 1); (2, 0, 0); (0, -1, 1)\}$

a) Hallar todos los valores de k de forma tal que la transformación lineal sea un isomorfismo.

b) Siendo $k = 1$, hallar $T[(-1, 2, 3)]$.

3. Sea $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal dada por:
$F[(x_1, x_2, x_3)] = (2x_1, -x_1 + 3x_2 + x_3, -x_1 + x_2 + 3x_3)$.
Hallar, si existe, una base de autovectores de $F \circ F$.

4. Dado el conjunto $A = \{z = x + iy \in \mathbb{C},\ tal\ que:\ 2z\overline{z} + Re(z^2) + 6Im(z) = 0\}$

a) Graficar el lugar geométrico de los puntos del plano complejo perteneciente al conjunto A

b) Parametrizar la curva definida por el conjunto A de forma que se recorra en sentido antihorario.

5. Dada en $\mathbb{R}^3$ la ecuación: $\sigma : x^2 + ky^2 + (k + 1)z^2 = k^2 + 1$.

Hallar k de manera tal que la ecuación corresponda a una superficie cuya intersección con el plano $x = 3$ sea una elipse con focos en $(3, 0, \pm\sqrt{2})$ y semieje mayor $a = 2$. Identifique la superficie y grafíquela.