ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Examen Final 12/02/2025

APELLIDO DEL ALUMNO: .... NOMBRE: ....

CORRIGIÓ: .... REVISÓ: ....

1	2	3	4	5	CALIFICACIÓN

***Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta*.**
No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas.
Condición de aprobación (6 puntos): 50% del examen correctamente resuelto.

1 – Dada la función $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & si \;\; x \leq 2 \\ x+3 & si \;\; x > 2 \end{cases}$

a) Hallar una ecuación de la recta normal al gráfico de la función f, que resulta paralela a la bisectriz del primer cuadrante.
b) Hallar el área del recinto limitado por las curvas de f y $g(x) = -\frac{2}{3}x + 8$. Graficar el recinto.

2 – a) Sabiendo que $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}: y = f(x)$ es derivable en su dominio, hallar $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\int_x^{x^2} t\, f(t)\, dt}{x}$.

b) Hallar, si existe, una función f que satisfaga la ecuación $\int_1^x t f(t) dt = f^2(x)$.

3 – Sea la función dada por $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} (x-1)^n$, determinar si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

a) El intervalo de convergencia de la serie es abierto en un extremo y cerrado en el otro.
b) El desarrollo de $g(x) = e^{f(x)+1}$ en $x = 1$ de orden 2 es: $p(x) = 1 + (x-1) - \frac{1}{2}(x-1)^2$.

4 – a) Dada la sucesión (a_n), tal que $a_n = \frac{n^2}{n!+1}$, hallar $\lim\limits_{n \to \infty} a_n$. Justificar.

b) Determinar si la ecuación $\mathrm{x}^3 + \cos \mathrm{x} = 0$ tiene solución en los reales.

5 – Se diseña una red con una trama con la forma de un rectángulo al que se le quita un semicírculo a cada lado como se indica en la figura. Si la longitud del contorno es de 6π centímetros, determinar las dimensiones de la abertura que maximicen su área.