ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Examen Final 19/02/2025

APELLIDO DEL ALUMNO:.......................................**NOMBRE:**................................

CORRIGIÓ:.. **REVISÓ:**..

1	2	3	4	5	Calificación

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas

Condición de aprobación (6 puntos): 50 % del examen correctamente resuelto.

---

1. Sea $f(x) = \begin{cases} ax \ln x & x > 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$, donde $a > 0$.

(a) Determinar si f es integrable en el intervalo $[0, 5]$ para cualquier $a > 0$. Justificar.

(b) ¿Para qué valores de a el área de la región encerrada por la gráfica de f y el eje de abscisas es mayor que 2?

2. Hallar todas las curvas planas tales que la pendiente de su recta tangente en cada punto es igual al cociente entre la abscisa y la ordenada del punto.

3. Calcular todos los valores reales de k para que el radio de convergencia de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3k+2)^n}{n^3+n}(x-4)^n$$

sea igual a 5.

4. Determinar una función continua $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ que sea solución de la ecuación:

$$\int_0^x f(t)\,dt = \int_0^{-3x} \frac{t^2}{9} f\left(\frac{-t}{3}\right) dt + x^3 + x$$

para toda x real.

5. Sea $f : D_f \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R} / f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$.

(a) Hallar sus puntos de inflexión e intervalos de concavidad.

(b) Determinar en qué punto de la gráfica de f la recta normal a f en dicho punto es paralela a la recta de ecuación $y = -\frac{2}{7}x + 1$.