ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

Examen Final 25/02/2025

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

APELLIDO DEL ALUMNO:.....................................**NOMBRE:**.................................

CORRIGIÓ:... **REVISÓ:**...

1	2	3	4	5	Calificación

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta. No resolver el examen en lápiz. Duración: 2 horas

Condición de aprobación (6 puntos): 3 ejercicios correctamente resueltos.

---

1. Sea P un punto de la recta $\mathbb{L}_1$: $\overrightarrow{X} = \lambda\,(0;1;-1)+(1;0;4)$ y sea Π el plano que contiene tanto a P como a la recta $\mathbb{L}_2$: $\overrightarrow{X} = \mu\,(0;4;2)+(0;3;0)$. Hallar el punto P sabiendo que la recta $\mathbb{L}_3$: $\overrightarrow{X} = \beta\,(1;0;1)$ es paralela al plano Π.

---

2. Sea $B = \{(1;-2;0),(0;-1;3),(0;0;1)\}$ una base de $\mathbb{R}^3$. La matriz $M_{EB}(f) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & \alpha & 3 \\ -1 & 3 & \alpha \end{pmatrix}$ es la matriz asociada a la transformación lineal $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ en las bases E (canónica) y B. Determinar todos los valores reales de α para los cuales se verifica, simultáneamente, que f no es inyectiva y que el vector $(-2;7;-8) \in Im(f)$.

---

3. Dar el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones.

(a) “Sea $\mathbb{V}$ un espacio vectorial sobre los reales. Si $\{v_1, v_2, v_3\} \subseteq \mathbb{V}$ es un conjunto linealmente independiente y $v \neq 0_{\mathbb{V}}$ es distinto de v_i para $i: 1,2,3$, entonces el conjunto $\{v_1, v_2, v_3, v\}$ es linealmente dependiente."

(b) “ Si A es una matriz de orden n diagonalizable y $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ son sus autovalores (no necesariamente diferentes), entonces el $det(A)$ es igual al producto de todos esos autovalores."

---

4. Sea $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que $f(x,y,z) = (x+4y-2z;\,-3y+2z;\,-3y+2z)$. Determinar si existe una base de $\mathbb{R}^3$ para la cual la representación matricial de f es diagonal.

---

5. (a) Determinar los valores de A, B y C sabiendo que la intersección de la superficie de ecuación $Ax^2+By^2+Cz^2=1$ con el plano xy es un hipérbola con uno de sus vértices en el punto $V(-1/2,0,0)$, uno de sus focos es $F(\sqrt{5}/2,0,0)$ y para todo $k \in \mathbb{R}$ las intersecciones de la superficie con los planos de ecuación $y=k$ son circunferencias.

(b) Indicar qué tipo de curva determinan los puntos del plano complejo que satisfacen la ecuación $\frac{7}{2}|z|^2 - \frac{3}{2}z\bar{z} + 2Im(z^2) = 1$ y graficar.