UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Examen Final 26/02/2025

APELLIDO DEL ALUMNO: .... **NOMBRE:** ....

CORRIGIÓ: .... **REVISÓ:** ....

1		2	3	4		5	CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.
No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas
Condición de aprobación (6 puntos): 50% del examen correctamente resuelto.

Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

1a) $Si\ f(x)$ está definida $\forall x \in E(x_0\ ,\ \delta)$ entonces $\exists \lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L$ siendo $L \in \Re$

1b) Si f es polinómica de grado n entonces se cumple que $f(x) = P_{n\,,\,a\,,\,f}(x)$, $\forall x \in E(a\ ,\ \delta)$

2) Desde cierta altura se deja caer un cuerpo de masa m con velocidad inicial nula. La resistencia del aire a la caída es proporcional a la velocidad v.

La segunda ley de Newton determina que el fenómeno responde a: $mg - kv = m\,\dfrac{dv}{dt}$ Determine la ley que gobierna la velocidad de caída *v* en función del tiempo *t*, si *g* es la aceleración de la gravedad y *k* es un coeficiente positivo que toma en cuenta la resistencia del aire.

3) Grafique la región plana limitada por las gráficas de $|y| = 1$ e $y = \ln|x|$, luego determine el valor del área de dicha región.

4a) Sea $h(x) = \begin{cases} \dfrac{f(x)}{x} & si \quad x \neq 0 \\ 0 & si \quad x = 0 \end{cases}$ si sabe que $f(0) = f'(0) = 0$ y $f''(0) = 13$

¿Puede asegurar que $h'(0) = \dfrac{13}{2}$?

4b) Dadas $f : \Re^+ \to \Re$ derivable y $g : \Re^+ \to \Re$ derivable hasta el orden dos inclusive, tal que $\forall x \in \Re^+ : \int_1^{x^2} f\left(\sqrt{t}\right) dt = g(x)$. Pruebe que si g tiene un mínimo local en $x = 1$, entonces la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f en $x = 1$ es no negativa.

5) A partir del desarrollo en serie de la función $h(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$ deduzca el desarrollo en serie de Mac Laurin de la función $f(x) = arctgx$, y muestre que para un valor del intervalo de convergencia la misma converge a $\dfrac{\pi}{4}$.