

**APELLIDO DEL ALUMNO:** ..... **NOMBRE:** .....

**CORRIGIÓ:** ..... **REVISÓ:** .....

1	2	3	4	5	CALIFICACIÓN

*Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.*

*No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas*

Condición de aprobación (6 puntos): 50% del examen correctamente resuelto.

1.- Analice si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique las respuestas. Si es Falsa alcanza con un contraejemplo. Si es Verdadero proporcione un argumento basado en las herramientas teóricas que conoce.

a. – La serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{5(n+1)}$  es condicionalmente convergente.

b.- Si  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}/f(x) = |x| \cdot \text{sen}(x)$  entonces  $f''(0) = 0$

2. – Dada la igualdad  $g(x) \cdot \left(\frac{x^2}{2} + 3\right) = 2x^2 + \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \int_1^{x^2} g(\sqrt{u}) du$  tal que  $g$  es una función continua y derivable  $\forall x > 0$ , se pide:

a. – Analizar la convergencia de  $\int_1^{+\infty} g'(x) dx$

b.- Encontrar la función  $g$  tal que  $g(1) = 1$

3. – Dada la serie de potencias  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-4)^n (x+3)^n}{a^{2n}}$

a.- Encuentre el valor de  $a > 0$  para que el radio de convergencia sea igual a 1.

b.- Analice la convergencia de la serie en los extremos del intervalo de convergencia.

4. – Si la función es  $H: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}/H(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & \text{si } |x| \leq 1 \\ \frac{b}{x^2} & \text{si } |x| > 1 \end{cases}$

a.- Determine el valor de  $b \in \mathbb{R}$  para que  $H$  sea continua en todo el dominio.

b.- Analice la derivabilidad de  $H$  en  $x = -1$  para el valor de  $b$  hallado.

c.- Encuentre, si existe, la abscisa del punto intermedio de  $H$  en el intervalo  $[-1,1]$ .

5. – Dadas las curvas:  $y = \frac{1}{1+x^2}$  e  $y = 2 - \frac{3}{2}x$

a.- Grafique la región en el primer cuadrante limitada por sus gráficas y el semieje positivo  $x$  tal que  $x \geq 1$ .

b.- Halle el área de la región graficada.