UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

ANÁLISIS MATEMÁTICO II

Examen final **20/05/2025**

Apellido y nombre:

Corrigió: **Revisó:**

T1	T2	P1	P2	P3	P4	Calificación

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta. No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas

Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos (uno de T1 o T2 y dos de P1, P2, P3 o P4).

T1. *a*) Enuncie el criterio del hessiano para clasificar los puntos críticos de una función $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f \in C^2$.

b) Hallar $a \in \mathbb{R}$ tal que el gráfico de $f(x,y) = (1+y^2)(x^3-2ax^2+10)$ tenga plano tangente horizontal en el punto $(2,0,f(2,0))$ y con el valor de a hallado, determine si $f(2,0)$ es un extremo local y clasifíquelo.

T2. Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. **Justifique su respuesta.**

a) El punto $(3,0,0)$ es un punto **regular y simple** de la curva de ecuación $C:(x,y,z) = (2t+1,\ t^2-t,\ t^2-1)$, $-4 < t < 4$.

b) Si $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g \in C^1$, es una función positiva (es decir, $g(x) > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$), entonces la circulación de $\vec{f}(x,y,z) = (yg(x),\ y^2,\ z^2)$ a lo largo de la curva borde de la superficie S definida por $S : x+y+z = 4$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$, es positiva si la curva está orientada en sentido $(4,0,0) \to (0,0,4) \to (0,4,0) \to (4,0,0)$.

P1. Halle una ecuación de la recta normal a la superficie de nivel 2 de función h en $\mathbf{x}_0 = (1,3,4)$, sabiendo que en un entorno de dicho punto $h = f \circ \vec{g}$, donde $w = f(u,v)$ está definida implícitamente por la ecuación $2v + ue^{w-2} - w = -1$ en un entorno de $(-1,1,w_0)$ y $\vec{g}\colon U \subset \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ es una función C^1 tal que $\vec{g}(1,3,4) = (-1,1)$ y $D\vec{g}(1,3,4) = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

P2. Calcule el área del conjunto $D = \left\{(x,y)\ :\ x^2+2y^2 \leq 4,\ 0 \leq \sqrt{2}y \leq x\right\}$.

P3. Calcule el flujo de $\vec{f}(x,y,z) = \big(xg(xz),\ y^2,\ 1-zg(xz)\big)$, $g \in C^1$, a través de la superficie $\sum$ definida por $\sum : y = x^2+z^2$, $y \leq 4$. Indique claramente la orientación de la superficie elegida para el cálculo.

P4. Halle la solución de $y'' + y' - 2y = 9e^x$ que verifica $y(0) = 0$, $y'(0) = 3$