ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

Examen Final 15-07-2025

APELLIDO DEL ALUMNO:.. NOMBRE:...............................

CORRIGIO:... REVISO:......................................

1		2		3	4		5	Calificación

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.
No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas.
Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos.

---

1) *Sean*

$$r : \frac{x-a}{a} = \frac{y-2a}{2a} = \frac{z-3a}{3a} \quad , \quad a \neq 0 \qquad l : \begin{cases} x+y-z=1 \\ 5x-y-z=3 \end{cases}$$

   a) *Encontrar, si existe, la ecuación del plano que contiene a las rectas.*

   b) *Hallar la distancia entre las rectas l y r.*

2) *Dada la ecuación de la superficie $\sigma : x^2 + A(y-1) + Bz^2 = 0$*

   a) *Hallar A y B para que la ecuación represente un paraboloide circular que pase por el punto $P(2,-1,0)$*

   b) *Para $B = 0$ y $A = -2$ identifique y grafique.*

3) *Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ cuya matriz asociada es*

$$M_{EE}(T) = \begin{pmatrix} h & h+6 & 0 \\ 0 & 0 & h-2 \\ 1 & h+2 & 0 \end{pmatrix}$$

   Hallar $h \in \mathbb{R}$, si existe, para que $dim(R(T)) = 2$.

4) *Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar.*

   a) *Sean A, B dos matrices reales tales que existe $det(A\,B)$ entonces existen $det(A)$ y $det(B)$.*

   b) *Sean $S, T \subset \mathbb{R}^3$ subespacios no nulos, entonces $\mathbb{R}^3 = S \oplus T$.*

5) *Sean $S, V, W, \subseteq R^4$ subespacios dados por*

$$S = \langle (k, k^2, -1, 1), (0, 2, -1, -1) \rangle$$

$$W = \{(x,y,z,t) : 2x - z + 3t = 0 \ \wedge \ 2y - z - t = 0 = 0\}$$

   Determinar, si existen, los valores de $k \in \mathbb{R}$ para que $W = S^{\perp}$.

   Observación: *Con la notación $R(T)$ se hace referencia a la imagen de la Transformación Lineal.*