

**APELLIDO DEL ALUMNO:** ..... **NOMBRE:** .....

**CORRIGIÓ:** ..... **REVISÓ:** .....

T1	T2	P1	P2	P3	P4	CALIFICACIÓN

*Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.*

*No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas*

Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos (uno de T1 o T2 y dos de P1, P2, P3 o P4).

**T1)** Indique si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa. **Fundamente claramente la respuesta en cada caso.**

- a. La derivada direccional de  $h(x, y) = f(xy, x - y)$  en el punto  $(1, 2)$  en la dirección hacia el punto  $(3, 5)$  con matriz Jacobiana  $Df(u, v) = (2u + v \quad u)$  es igual  $-\frac{11}{5}$ .
- b. La función  $f: U \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} / f(x, y) = (x^2 + y^4)\sqrt{xy}$  admite en  $(0, 0)$  un punto de mínimo global (absoluto) en  $U$ .

**T2)** a. Defina función potencial de un campo vectorial.

- b. Compruebe que el campo vectorial  $\vec{F}(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2} (2x, 2y)$  admite función potencial  $\varphi$  en  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ . Sabiendo que  $\varphi(1, 0) = 3$ , halle la ecuación de la línea equipotencial que pasa por el punto  $(1, 0)$ .

**P1)** Calcule la circulación del campo  $\vec{F}$  de clase  $C^1(\mathbb{R}^3)$  a lo largo de la curva  $\gamma$  sabiendo que la matriz

Jacobiana de  $\vec{F}$  es:  $\begin{pmatrix} y & x & -2 \\ 2x & y^3 & 1 \\ x & 0 & z^2 \end{pmatrix}$  y además  $\gamma = \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x^2 + y^2 = y \end{cases}$ . Debe indicar claramente en el

gráfico el sentido de recorrido elegido para  $\gamma$ .

**P2)** Halle la ecuación cartesiana de la curva solución de  $y'' - y = 4e^x$  que pasa por el origen de coordenadas y tiene pendiente 2.

**P3)** Calcule el volumen del cuerpo  $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / (x - 1)^2 + y^2 \leq z \leq 5 - 2x\}$ .

**P4)** Calcule el flujo del campo vectorial  $\vec{F}(x, y, z) = (-y, x, xz)$  a través de la superficie abierta  $x^2 + y^2 = 2x$  con  $z \leq 4 - (x^2 + y^2)$  en el primer octante.