UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

Examen Final 29-07-25

Apellido y nombre del alumno/a:..

Corrigió:..Revisó:...

1.1)	1.2)	2.1)	2.2)	3.1)	3.2)	4)	5.1)	5.2)	Calificación

Todas las respuestas deben estar justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas.

Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos.

1) Dado el punto $A(2,0,3)$ y la recta $\mathbb{L}: \begin{cases} x+y &= 1 \\ -y+z &= -1 \end{cases}$

1.1) Encontrar el simétrico del punto A con respecto a la recta $\mathbb{L}$.

1.2) Hallar la distancia del punto A a la recta $\mathbb{L}$.

2) Sea la transformación lineal $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ tal que $M(T) = \begin{pmatrix} 3m & 12m & m \\ m & 4m & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ es la matriz asociada a la transformación lineal T en las bases canónicas de $\mathbb{R}^3$ y $\mathbb{R}^2$.

2.1) Calcular el o los valores reales de m tal que la dimensión de la imagen de T sea igual a 1.

2.2) Para $m=-1$, encontrar la expresión analítica del núcleo de T, una base y su dimensión.

3) Indicar el valor de verdad de las siguientes afirmaciones. Justificar su respuesta.

3.1) Si $\lambda = 1$ es autovalor de la matriz $A \in \mathbb{R}^{nxn}$ entonces, la matriz $B = A - I_n$ es inversible, siendo I_n la matriz identidad.

3.2) Si $z \in \mathbb{C}$, entonces $z.\bar{z} = |z|^2$. ($\mathbb{C}$: conjunto de los números complejos).

4) Sea la transformación lineal $F: \mathbb{P}_3[x] \to \mathbb{R}^3 / M_{BE}(F) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, con $B = \{1, x, x^2, x^3\}$ una base de $\mathbb{P}_3[x]$ y E la base canónica de $\mathbb{R}^3$. Hallar la matriz asociada a F en las bases B' y E: $M_{B'E}(F)$, si $B' = \{x^3+1, 2x^2, -x, -1\}$.

5) Sea la ecuación de la superficie $\sigma: \frac{x^2}{50} + \frac{y^2}{32} = z$

5.1) Determinar k real tal que la intersección de σ con el plano $z=k$ sea una elipse con distancia focal igual a 6. Dar las ecuaciones paramétricas de dicha curva.

5.2) Identificar a la superficie σ, encontrar sus trazas con los planos coordenados. Realizar una presentación gráfica de la superficie.

Respuestas:

1.1) $A' = (-2, 2, -3)$,

1.2) $dist(A, \mathbb{L}) = \sqrt{14}$

2.1) $m \in \{0, 1\}$

2.2) $Nu(T) = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + 4y = 0, z = 0\}$

3.1) Falso

3.2) Verdadero

4.$M_{B'E}(F) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

5.1) $k = \frac{1}{2}$, $C = \{(x, y, z) = (5cos(t), 4sen(t), \frac{1}{2}) \wedge t \in [0, 2\pi)\}$

5.2) Paraboloide elíptico