

APELLIDO DEL ALUMNO: NOMBRE:

CORRIGIÓ: **REVISÓ:**

1	2	3	4	5	CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deben ser justificadas con los procedimientos analíticos adecuados para ser tenidas en cuenta. Debe tener apagado su teléfono celular durante todo el examen. No resolver en lápiz.

Duración del examen: 2 horas

Condición de aprobación (6 puntos): 50% del examen correctamente resuelto.

1) Analice si las afirmaciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F). **Justifique las respuestas:**

a) $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{4+x^2} = \pi \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{16n^2 + 2n - 1} - \sqrt{16n^2 + n + 3})$

b) El área de la región plana $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y \geq 1 - x^2, x + y \leq 2, x \geq 0, y \geq 0\}$ coincide con la suma de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+1}}{5^{n-1}}$.

2) Determine todos los valores reales de las constantes a y b para que la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a \operatorname{sen}(2\pi x)}{\pi x} + 1 & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 3ax + b & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{verifique las hipótesis de Bolzano en el intervalo } [-1, 1].$$

3) Determine, si existen, las asíntotas oblicuas y extremos locales de la función definida por

$f: X \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \frac{\sqrt{x^4+1}}{x}$. ¿Admite f extremos globales (absolutos) en X ? **Fundamente claramente las respuestas.**

4) Se considera la función $\varphi(x) = \int_1^{x^2} f(u-1)du$. Si f es de clase $C^3(\mathbb{R})$ y su polinomio de Maclaurin de 2do. grado asociado es $T(x) = 1 + 2x - \frac{x^2}{3}$. Determine el polinomio de Taylor de 2do. grado asociado a la función φ en el punto $x_0 = 1$.

5) Sea f una función de clase $C^2(\mathbb{R})$ tal que $f(0) = f'(0) = 0$ y $f''(0) > 0$. Indique cuál de los siguientes gráficos cualitativos de $g(x) = e^{-f(x)}$ corresponde en un entorno de $x = 0$. **Fundamente la respuesta.**

