UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

Examen Final **25-09-2025**

APELLIDO DEL ALUMNO: .... NOMBRE: ....
CORRIGIÓ: .... REVISÓ: ....

1	2	3	4	5	CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta. No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas
Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos.
Se le mostrará su examen una vez corregido.

1) Considere la recta $s: \begin{cases} b.x + y = z \\ x + y + z = 2 \end{cases}$ y la recta r que pasa por los puntos $(a, 1, -1)$ y $(0,1,0)$.

a) Analice si existen valores reales de a y b para que resulten paralelas.
b) Demuestre que, para $b = 1$, existe un valor de a para el cual las rectas se cortan y encuentre la ecuación del plano que determinan en ese caso.

2) Dada una matriz cuadrada $A = (A_1 \quad A_2 \quad A_3 \quad A_4)$, donde A_i son sus columnas, se verifica que

$$|-5A_1 \quad A_3 - A_2 \quad 2A_4 \quad -A_3| = |A_2 \quad A_1 \quad 2A_4 \quad -A_3| + 2.$$

a) Analice si existe A^{-1}. Justifique.
b) En caso afirmativo, calcule $det(B^{-1})$ si $B = 3A^tA$. En caso negativo, explique por qué no es posible. Justifique cada paso del cálculo.

3) Indique si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones. Justifique.

a) "Si $T: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ es un endomorfismo para el cual $\lambda = 0$ es autovalor, T **no** es sobreyectivo".
b) "Existen sólo dos números complejos que verifican $z.\bar{z} = 4; |Re(z)| = \sqrt{3}|Im(\bar{z})|$."

4) Sea la superficie de ecuación $x^2 + A^2\, y^2 - z^2 = 2A\, x$.

a) Halle A para que la ecuación represente una superficie cilíndrica, indique de qué superficie se trata y grafique.
b) Halle A para que la intersección de la superficie con el plano xy sea la curva parametrizada por $\vec{\gamma}(t) = (2 + 2\cos(t)\ , sen(t)\ , 0), t \in [0,2\pi]$. ¿De qué superficie se trata? Grafique.

5) Considere una transformación lineal $T: \mathbb{R}^3 \to P_2$ que verifique las siguientes condiciones:

$$T(1,1,1) = x^2 \qquad T(1,1,0) = 1 - x \qquad T(1,0,0) = 1 - x + x^2$$

a) ¿Es única? Fundamente su respuesta.
b) Encuentre la matriz de T respecto de las bases canónica para $\mathbb{R}^3$ y $B = \{1; x; x^2\}$ para el codominio, y compruebe que el rango de la matriz coincide con la dimensión de la imagen de la transformación lineal.