ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Examen Final 26-09-2025

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

Apellido y nombre del alumno/a:...

Corrigió:..Revisó:..

1)	2.1)	2.2)	3.1)	3.2)	4.1)	4.2)	5)	Calificación

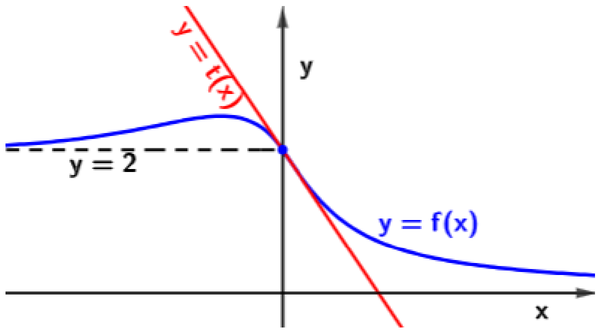
Todas las respuestas deben estar justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta. No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas.

Condición de aprobación (6 puntos): 50 % del examen correctamente resuelto.

Su examen se mostrará una vez corregido.

1) Basándose en la información que brinda la ecuación y el gráfico, encuentre los valores de las constantes a, b y c.

$$f(x) = \begin{cases} a + b\,x\,e^{x} & si \quad x \leq 0 \\ c\,arctg\left(\dfrac{1}{x}\right) & si \quad x > 0 \end{cases}$$



2) Dada la curva $C: \begin{cases} x(t) = \sqrt{2}\,sen(t) \\ y(t) = cos(2t) \end{cases} \quad , \quad -\dfrac{\pi}{2} \leq t \leq \dfrac{\pi}{2}$

2.1) Encuentre las rectas tangentes en los puntos $T(x, 0)$ de la curva C.

2.2) Calcule el área del recinto limitado por la curva C y las rectas tangentes del ítem anterior.

Le recordamos que: $cos(2t) = cos^2 t - sen^2(t)$

3) Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justifique:

3.1) El conjunto imagen de la función $h(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{(x+2)^n}{3^{n+1}}$ es : $Im(h) = \left(\dfrac{1}{6}, +\infty\right)$

3.2) Si $\int_a^b f(x)dx = 0$ entonces $\exists c \in (a, b) \;/\; f(c) = 0$

4) Una partícula se mueve en línea recta con una velocidad: $v(t) = 10\,t\,e^{\frac{-t^2}{2}}$ [m/s] ; $t \geq 0$

4.1) Demuestre que el espacio recorrido por la partícula no supera los 10 metros.

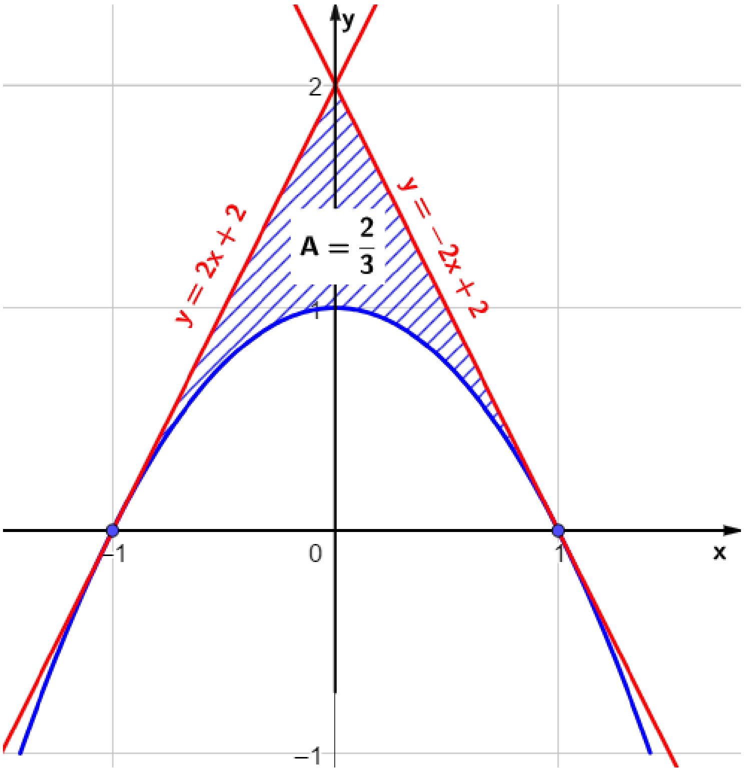
4.2) ¿En qué instante la partícula alcanza su velocidad máxima?

5) Sea la función: $g(x) = \int_x^0 sen^2(z)dz$, demuestre que el origen de coordenadas es un punto de inflexión con tangente horizontal de la curva representativa de g.

Respuestas

1) $a=2$, $b=-\dfrac{4}{\pi}$ y $c=\dfrac{4}{\pi}$.

2) $C:\begin{cases} x(t)=\sqrt{2}\,sin(t) \\ y(t)=cos(2t) \end{cases}$, $-\dfrac{\pi}{2}\le t\le \dfrac{\pi}{2}$; $y=1-x^2$, $-\sqrt{2}\le x\le \sqrt{2}$



3)3.1) Verdadera: Es una serie geométrica

$h(x)=\dfrac{1}{3}\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\dfrac{x+2}{3}\right)^n$; $q=\dfrac{x+2}{3}$; $h(x)=\dfrac{1}{1-x}$; $Dom(h)=(-5,1)$

$Im(h)=\left(\dfrac{1}{6},+\infty\right)$

3.2) Falsa. Contraejemplo:

$$f(x)=\begin{cases} 1 & si \quad 0<x<1 \\ -1 & si \quad 1<x<2 \end{cases}$$

$\displaystyle\int_0^2 f(x)dx=0$ y $\nexists c\in(0,2)\ /\ f(c)=0$

4) Una partícula se mueve en línea recta con una velocidad: $v(t)=10\,t\,e^{\frac{-t^2}{2}}$ [m/s]

4.1) $\forall t\ge 0: v(t)\ge 0 \implies S_{recorrido}=\displaystyle\int_0^{\infty} v(t)dt=10\,m$

4.2) En $t=1\,s$ la velocidad es máxima e igual a: $v_{máx}=10\,e^{-\frac{1}{2}}\,m/s$

5)

- $g(0)=0$; $(0,0)$ es un punto de la curva de g
- $g'(x)=-sen^2(x)$; $g'(0)=0$; La recta tangente en (0,0) es horizontal ($y=0$)
- $g''(x)=-sen(2x)$
  - $-\dfrac{\pi}{2}<x<0: g''(x)>0$, $x\in\left(-\dfrac{\pi}{2},0\right)$ Cóncava Positiva
  - $0<x<\dfrac{\pi}{2}$: $g''(x)<0$, $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ Cóncava Negativa (Convexa)

En $x=0$ la curva cambia el signo de la concavidad