

APELLIDO DEL ALUMNO: **NOMBRE:**

CORRIGIÓ: **REVISÓ:**

T1	T2	P1	P2	P3	P4	CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas

Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos (uno de T1 o T2 y dos de P1, P2, P3 o P4).

Su examen se mostrará una vez corregido.

T1) a. Demuestre la independencia de la trayectoria para integrales de línea.

b. Dado el campo vectorial definido por $\vec{f}(x, y) = (4xy^2 + 1, 4x^2y)$, calcule el flujo de $\vec{f}$ a lo largo de la curva parametrizada por $\vec{\gamma}: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que $\vec{\gamma}(t) = (t \sin(t), t \cos(t))$ orientada con su parametrización natural.

T2) a. Enuncie el teorema de cambio de variables en las integrales dobles.

b. Mediante el cambio de variables definido por la transformación $\vec{\phi}(u, v) = (u + 2v, 2u + v)$, la región D del plano (xy) se transforma en la región D^* del plano (uv) . Calcule el $\text{Área}(D^*)$ si se sabe que $\text{Área}(D) = 12$.

P1) Sea $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x, y, z) = 3x^2 - 5y + 2z$, calcule la derivada direccional $f'(\vec{X}_0, \vec{u})$ cuando $\vec{u}$ está orientado hacia el origen de coordenadas y es normal a la superficie de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ en el punto $\vec{X}_0 = (2, 1, 1)$.

P2) Si el campo $\vec{F}(x, y, z) = (x + \sin(yz), y + \sin(xz), 3z + 2)$, calcule el flujo de $\vec{F}$ a través de la superficie abierta S de ecuación $z = 9 - x^2 - y^2$ con $z \geq 0$ orientada con z^+ .

P3) Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f \in C^1(\mathbb{R}^2)$. Calcule aproximadamente $f(1.98, 2.01)$ con un polinomio de Taylor de 2º grado si se conoce que $f(2, 2) = 5$ es un extremo local y que la matriz jacobiana de $\vec{\nabla} f$ en el punto $(2, 2)$ es $D(\vec{\nabla} f)_{(2,2)} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

P4) Calcule la circulación del campo $\vec{f}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 / f(x, y, z) = (x^2 + z^2, x^2, 3yz)$ a lo largo de la curva C intersección de $x^2 + y^2 = 9$ con $x + z = 3$. Indique gráficamente la orientación escogida para circular a lo largo de C .