ALGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

Examen Final 02/12/2025

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

APELLIDO DEL ALUMNO:.. **NOMBRE:**.......................................

CORRIGIÓ:... **REVISÓ:**...

1	2	3	4	5	Calificación

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.
No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas.
Su examen se mostrará una vez corregido.
Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos.

---

1. Sea el haz de planos, cuya ecuación es:

$$\alpha(x-2y+2z-1)+\beta(-x+2z+1)=0,\ \forall\alpha,\beta\in\mathbb{R}$$

Hallar la proyección de la recta $r:\begin{cases} x+2y+z=0 \\ y+z=0 \end{cases}$ sobre el plano del haz que es subespacio vectorial.

2. Encontrar una transformación lineal $F:\mathbb{R}^3\longrightarrow\mathbb{R}^3/\mathbf{Nu(F)}=\mathbf{W}\cap\mathbf{U}$ y la $\mathbf{Im(F)}=\mathbf{W}+\mathbf{U}$
$W=\{(x_1,\ x_2,\ x_3)\in\mathbb{R}^3/2x_1-x_2=0\ \wedge\ x_1+x_3=0\}$ y
$U=gen\,\{(-1,-2,1);\ (1,0,1)\}$

3. Sea $T:\mathbb{R}^3\longrightarrow\mathbb{R}^3$, la reflexión respecto al plano S.
Siendo $\mathcal{S}=\{(x_1,\ x_2,\ x_3)\in\mathbb{R}^3/x_1-x_2+x_3=0\}$
Determinar una base de autovectores de la transformación lineal y hallar la matriz asociada a la transformación lineal en esa base.

4. Dada la siguiente ecuación en $\mathbb{C}$:

$$|z-(1+i)|=Re(z+1).$$

a) Identificar la representación gráfica de los puntos $z=x+iy$ que la satisfacen y sus elementos principales.
b) Encontrar una parametrización del sector de la gráfica correspondiente a $y\geqslant 1$ y graficar.

5. Dada la ecuación en $\mathbb{R}^3$: $Ax^2-y^2+z^2=B$.
Hallar A y B de modo tal que la ecuación represente una superficie cónica cuya intersección con el plano $y=1$ sea una elipse de semieje menor $\frac{1}{2}$. Graficar la superficie.

Resolución

Ejercicio 1:
Plano del haz: $-y+2z=0$

Recta r: $(x,y,z)=\lambda(1,-1,1)$

Recta proyección: $r':(x,y,z)=\mu(5,-2,-1)$

Ejercicio 2:

Ver que $W\subset U \Longrightarrow W\cap U=W \;\; y \;\; W+U=U$

$Nu(F)=gen\{(-1,-2,1)\}$,
$Im(F)=gen\{(-1,-2,1),(1,0,1)\}$

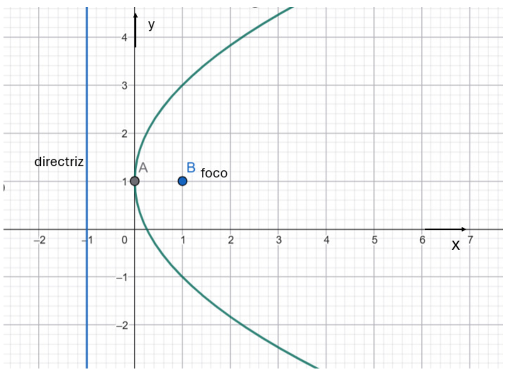
Ejercicio 3:

Base de autovectores: $B=\{(1,1,0),(0,1,1),(1,-1,1)\}$

$$[T]_B=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&-1\end{bmatrix}$$

Ejercicio 4:

a) Cónica: $(y-1)^2=4x$
Parábola con vértice en $(0,1)$, foco en $(1,1)$, directriz: $x=-1$ (eje focal paralelo al eje x).



b) $\begin{cases} x=\frac{1}{4}t^2 \\ y=1+t \end{cases} ,t\geq 0$

Ejercicio 5:
$A=4,\;\; B=0$