ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

Examen Final 09/12/2025

APELLIDO DEL ALUMNO:......................................**NOMBRE:**.................................

CORRIGIÓ:... **REVISÓ:**...

1	2	3	4	5	Calificación

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta. No resolver el examen en lápiz. Duración: 2 horas

Condición de aprobación (6 puntos): 3 ejercicios correctamente resueltos.

Su examen se mostrará una vez corregido.

---

1. Sea π el plano que contiene a las rectas $\mathbb{L}_1$: $\overrightarrow{X} = \lambda(1;-1;3) + (-1;2;-6)$ y $\mathbb{L}_2$: $\overrightarrow{X} = \mu(2;2;-1) + (-1;-2;1)$. Hallar las coordenadas del punto $Q \in \pi$ que está a menor distancia del punto $P(6;-3;-11)$.

---

2. Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que $f(x;y;z) = (-3z;\, x-z;\, kx-2z)$ para algún valor real de k. Sabiendo que existen vectores no nulos $\mathbf{v}$ tales que $f(\mathbf{v}) = \mathbf{v}$:

(a) Calcular el valor de k y encontrar todos los autovalores de f.

(b) ¿Existe alguna base B de $\mathbb{R}^3$ para la cual la matriz asociada a f en dicha base es diagonal? JUSTIFICAR.

---

3. Sean $B = \{\mathbf{v};\, \mathbf{w}\}$ una base de $\mathbb{R}^2$, E_1 y E_2 las bases canónicas de $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$ respectivamente y $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal. Si $M_{BE_2}(f) = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $C_{E_1B} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ es la matriz del cambio de base E_1 a B, se pide:

(a) Determinar la expresión analítica de f. **(b)** Hallar $f(2\mathbf{v}+\mathbf{w})$.

---

4. (a) Dados los subespacios de $\mathbb{R}^4$ $\mathbb{W} = \text{gen}\{(4;-3;-3;-2),(1;1;1;1)\}$ y $\mathbb{S} = \{(x_1;x_2;x_3;x_4) / x_1 + 2x_2 - x_3 = 0,\ x_2 + x_3 - x_4 = 0\}$, determinar $\mathbb{S} \cap \mathbb{W}$ e indicar su dimensión.

(b) El lugar geométrico de los puntos del plano complejo que satisfacen la ecuación $z\bar{z} + 2(\Re e(z))^2 + 6\Re e(z) Im(z) = 1$ es una curva cónica. Identificar de qué cónica se trata.

---

5. La intersección de la superficie de ecuación $Ax^2 + y^2 - z^2 = 1$ con el plano $z = 2$ es una elipse con focos F_1 y F_2 sobre una recta paralela al eje x y tal que la distancia focal es igual a 4.

(a) Encontrar A e identificar la superficie.

(b) Dar una parametrización de dicha elipse.