UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

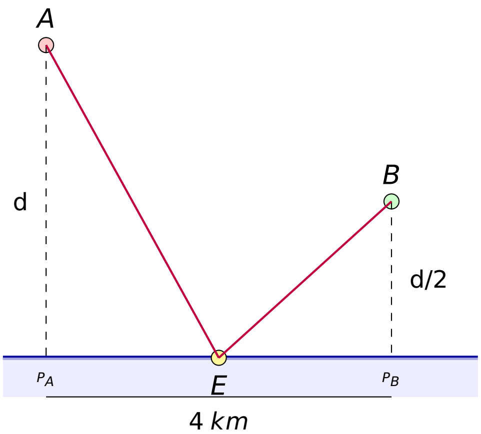
ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Examen Final 03-12-25

Apellido y nombre del alumno/a:..
Corrigió:...Revisó:...

1	2.a	2.b	3.a	3.b	4	5.a	5.b	Calificación

Todas las respuestas deben estar justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta. No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas.
Condición de aprobación (6 puntos): 50 % del examen correctamente resuelto.

1) Se desea construir una ruta que unos dos pueblos, A y B, pasando por un punto E ubicado a la orilla de un río. Determinar en qué punto de la orilla debe estar ubicado el punto E para que la distancia entre A y B a lo largo de la ruta sea mínima. A se encuentra a una distancia d de la orilla del río mientras que B se encuentra a la mitad de esa distancia como se indica en el diagrama. La distancia entre las direcciones perpendiculares de cada pueblo a la orilla es de 4 km.



2) Una partícula se mueve en forma rectilínea alejándose de una pared con una velocidad dada por: $v(t) = t\,e^{-t^2} \quad \wedge \quad t \geq 0$. Si inicialmente se encuentra a 0,5 cm de la pared:

2.1) Determinar cómo cambia su posición a medida que transcurre el tiempo.

2.2) Mostrar que no puede desplazarse más de 0,5 cm aunque su movimiento continúe indefinidamente.

3) Dada la serie de potencias

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{3^n}(x-2)^{2n},$$

3.1) Determinar si converge en el intervalo $(1;3)$.

3.2) Determinar si converge en $x = 3$ y, si lo hace, averiguar el valor al cual converge.

4) Hallar el área de la región plana limitada por las gráficas de:
$y = \ln x$, $y = 2$, y la recta que une los puntos $(0,2)$ y $(1,0)$.

5) Indicar **Verdadero** o **Falso**. Justificar su respuesta.

5.1) Sea $f(x)$ una función continua en $\mathbb{R}$ que satisface

$$\int_1^{x^3} f(t)\,dt = xe^x - e \quad \Rightarrow \quad f(8) = 1.$$

5.2) Sea la serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ tal que $\lim_{n\to+\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 0 \Rightarrow \lim_{n\to+\infty} a_n = 0.$