

**APELLIDO DEL ALUMNO:** ..... **NOMBRE:** .....

**CORRIGIÓ:** ..... **REVISÓ:** .....

1a	1b	2	3	4	5	CALIFICACIÓN

*Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.*

*No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas*

Condición mínima de aprobación (6 puntos): 50% del examen correctamente resuelto.

*Su examen se mostrará una vez corregido.*

1a) Analice el comportamiento de:  $\int_0^1 \frac{1}{4x^3 + \sqrt{x}} dx$

1b) Encuentre todos los puntos de la gráfica de  $\begin{cases} x = t - \sin(t) \\ y = 1 - \cos(t) \end{cases}$ , con  $-2\pi < t < 3\pi$ , para los

cuales la derivada no existe, y aquellos en donde la recta normal a la gráfica es vertical.

Grafique.

2) El área limitada por las gráficas de  $y = -x^2 + x$  e  $y = ax$  ( $a < 0$ ) es igual a  $\frac{9}{2}$

Halle el valor de  $a$  y realice el gráfico aproximado de la región.

3)  $x(t)$  es el tamaño de la población al tiempo  $t$ , sabemos que la velocidad a la cual crece una población es proporcional al tamaño de la población en el instante  $t$  ( $t$  está medido en horas).

Se forma un cultivo con cierto número  $x_0$  de bacterias y se observa que a la hora la cantidad se duplicó. ¿Cuánto tardará, aproximadamente, en triplicar la población inicial?

4) Sea  $f$  definida en el intervalo  $(0, 5)$  y derivable hasta el orden 3, tal que su polinomio de Taylor en  $x = 1$  es  $P_{2,1,f(x)} = 4 + 8(x-1) + 2(x-1)^2$ . Determine el polinomio de Taylor de orden dos de

$$h(x) = \sqrt{f(2x)} \text{ en } x = \frac{1}{2}$$

5) Partiendo del desarrollo en serie de Mac Laurin de la función  $h(x) = \frac{1}{1+x}$ , halle el desarrollo

en serie de Mac Laurin de  $g(x) = \ln(1+x)$  y su intervalo de convergencia. A partir del mismo halle la suma de la serie armónica alternada.