# ANÁLISIS MATEMÁTICO II

**Examen Final 09/12/2025**

**APELLIDO DEL ALUMNO:** ............................................... **NOMBRE:** ....................................

**CORRIGIÓ:** ........................................................ **REVISÓ:** .......................................................

| T1 | | T2 | | P1 | P2 | P3 | P4 | CALIFICACIÓN |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | |

***Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.***
***No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas***
Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos (uno de T1 o T2 y dos de P1, P2, P3 o P4).
***Su examen se mostrará una vez corregido.***

---

**T1) a**. Sea $F: R^3 \to R$ un campo escalar diferenciable y $\vec{\gamma}: (0, +\infty) \to R^3 \ / \ \vec{\gamma}(u) = (x(u), y(u), z(u))$ una curva regular parametrizada en $R^3$. Muestre que si $F(\vec{\gamma}(u))$ es constante, entonces la dirección de crecimiento más rápido de $F$ en cada punto de la curva es ortogonal a la dirección tangente a la curva.

**b.** Compruebe la afirmación en el item a) para $F(x, y, z) = 3x^2y - 3yz$ y $\vec{\gamma}(u) = (u, -u^2, u^2)$ en el punto $(2,-4,4)$

**T2) a.** Defina función potencial para un campo $\vec{f}: R^2 \to R^2$.

**b.** Sabiendo que el campo $\vec{f}(x, y) = (\frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2})$ admite función potencial $\emptyset$ en $A = \{(x, y) \in R^2 \ /y > 0\}$ y además $\emptyset(1,1) = \frac{\pi}{4}$. Determine la línea equipotencial que pasa por el punto (1,1).

**P1)** Sea $\beta_0$ el plano tangente a la superficie de ecuación $xyz + \ln(xyz) - z = 0$ en el punto $(x_0, y_o. z_0) = (1,1,1)$. Calculo el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (-xy + z \, , \frac{xy}{2} \, , xy - 2z + 4)$ a través de la porción de plano $\beta_0$ incluida en el primer octante. Indique gráficamente la orientación que ha elegido para el plano.

.

**P2)** Para el campo vectorial $\vec{f}(x, y, z) = (3x + yz \, , xye^{-xz}, e^{-xz})$ calcule el flujo de $\vec{f}$ a través de la porción de superficie dada por $z = 1 - \frac{x^2}{4} - y^2$ que está sobre el plano *xy* orientada con el vector normal apuntando hacia el semieje *z* positivo.

**P3)** Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (-3y + xe^{-2x} \, , ye^{-3y+1} - 3x + x^2)$, a lo largo de la curva $C$ frontera de la región plana $D = \{(x, y) \in R^2 \ \ x^2 + y^2 \leq 2x \ , \ \ y \geq x - 1\}$ recorrida en sentido negativo.

**P4)** Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} y_G$ , si $y_G$ es la solución general de la ecuación diferencial $y'' + 2y' + y = 2e^{-x}$