

APELLIDO DEL ALUMNO: **NOMBRE:**

CORRIGIÓ: **REVISÓ:**

T1	T2	P1	P2	P3	P4	CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas

Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos (uno de T1 o T2 y dos de P1, P2, P3 o P4).

Su examen se mostrará una vez corregido.

T1) Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. **Justifique claramente sus respuestas.**

a. El volumen del sólido $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 12, x^2 + y^2 \leq z\}$ es el valor de $\int_0^{2\pi} \left[\int_0^{\sqrt{12}} \left[\int_{r^2}^{\sqrt{12-r^2}} r dz \right] dr \right] d\theta$

b. La circulación del campo para $\vec{f}(x, y) = (\cos(x^2) + y^2, \sin(y^2) + 2xy)$ a lo largo de cualquier circunferencia de radio r es nula.

T2) a. Defina campo escalar diferenciable en un punto para $\vec{f}: A \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ y $(x_0, y_0) \in A^\circ$.

b. ¿Admite el gráfico del campo $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ plano tangente en el origen de coordenadas? Justifique claramente la respuesta.

P1) Calcule la masa del cuerpo $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z \leq 4 + x^2 + y^2, 2x^2 + 2y^2 \leq z\}$ si su densidad en cada punto es proporcional a la distancia desde el punto al eje z .

P2) Sea la curva γ la intersección de las superficies $S_1: x + y + z = 5$ y $S_2: \frac{x^2}{4} + y^2 = 2y$. Calcule la circulación del campo vectorial $\vec{f}(x, y, z) = (2xy, yz, xz + 5y)$ a lo largo de la curva γ indicando gráficamente la orientación asignada a la curva.

P3) Sea $\vec{f} = \vec{\nabla} \varphi(x, y, z)$. Calcule el flujo del campo \vec{f} a través de la superficie abierta definida por $x = 4 - y^2 - z^2$ con $x \geq 0$ siendo $\varphi(x, y, z) = x^2 y + y^2 z$. Indique la orientación elegida para la superficie.

P4) Sea y_p la solución del problema de valor inicial $\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{2 \sec^2(2x) - y}{x} \\ y(\pi) = 0 \end{cases}$. Muestre que $\lim_{x \rightarrow 0} y_p$ es igual al valor extremo relativo (global) de la función definida por $g(x, y) = x^2 y^2 + 2$.