

**APELLIDO DEL ALUMNO:** ..... **NOMBRE:** .....

**CORRIGIÓ:** ..... **REVISÓ:** .....

T1	T2	P1	P2	P3	P4	CALIFICACIÓN

*Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.*

*No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas*

Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos (uno de T1 o T2 y dos de P1, P2, P3 o P4).

*Su examen se mostrará una vez corregido.*

**T1)** Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. **Justifique claramente sus respuestas.**

a. El volumen del sólido  $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 + y^2 + z^2 \leq 12, x^2 + y^2 \leq z\}$  es el valor de  $\int_0^{2\pi} \left[ \int_0^{\sqrt{12-r^2}} \left[ \int_{r^2}^{\sqrt{12-r^2}} r dz \right] dr \right] d\theta$

b. La circulación del campo para  $\vec{f}(x, y) = (\cos(x^2) + y^2, \operatorname{sen}(y^2) + 2xy)$  a lo largo de cualquier circunferencia de radio  $r$  es nula.

**T2) a.** Defina campo escalar diferenciable en un punto para  $\vec{f}: A \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  y  $(x_0, y_0) \in A^o$ .

b. ¿Admite el gráfico del campo  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0,0) \end{cases}$  plano tangente en el origen de coordenadas? Justifique claramente la respuesta.

**P1)** Calcule la masa del cuerpo  $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / z \leq 4 + x^2 + y^2, 2x^2 + 2y^2 \leq z\}$  si su densidad en cada punto es proporcional a la distancia desde el punto al eje z.

**P2)** Sea la curva  $\gamma$  la intersección de las superficies  $S_1: x + y + z = 5$  y  $S_2: \frac{x^2}{4} + y^2 = 2y$ . Calcule la circulación del campo vectorial  $\vec{f}(x, y, z) = (2xy, yz, xz + 5y)$  a lo largo de la curva  $\gamma$  indicando gráficamente la orientación asignada a la curva.

**P3)** Sea  $\vec{f} = \vec{\nabla} \varphi(x, y, z)$ . Calcule el flujo del campo  $\vec{f}$  a través de la superficie abierta definida por  $x = 4 - y^2 - z^2$  con  $x \geq 0$  siendo  $\varphi(x, y, z) = x^2y + y^2z$ . Indique la orientación elegida para la superficie.

**P4)** Sea  $y_p$  la solución del problema de valor inicial  $\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{2 \operatorname{sec}^2(2x) - y}{x} \\ y(\pi) = 0 \end{cases}$ . Muestre que  $\lim_{x \rightarrow 0} y_p$  es igual al valor extremo relativo (global) de la función definida por  $g(x, y) = x^2y^2 + 2$ .