ALGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

Examen Final 19/05/2025

APELLIDO DEL ALUMNO:..NOMBRE:.......................................

CORRIGIÓ:.. REVISÓ:...

1	2	3	4	5	Calificación

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.
No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas
Su examen se mostrará una vez corregido.
Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos.

---

1. Hallar, si es posible, todos los puntos sobre el eje "y" tal que equidiste del plano π y de la recta l, siendo:

$\pi : z - 2 = 0$; $\qquad$ $l : \begin{cases} x - z = 0 \\ y = 0 \end{cases}$

2. Analice la validez de las siguientes afirmaciones:

a) Sea V un $\mathbb{R}$-espacio vectorial y $v_1, v_2, v_3 \in V$. Suponiendo que el conjunto $\{v_1, v_2, v_3\}$ es un conjunto linealmente independiente, el conjunto $\{\, v_1 + v_2 - v_3,\ v_1 + 2v_2,\ -v_1 + 2v_3 \,\}$ es un conjunto linealmente independiente.

b) Sea $T : V \to W$ una transformación lineal, tal que $dim(V) = dim(W)$ y T es sobreyectiva entonces existe T^{-1}.

3. Sea $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal tal que la matriz de la transformación en base $B = \{(1, 0, 0); (1, 1, 0); (1, 0, 1)\}$ de $\mathbb{R}^3$ y base canónica $E = \{(1, 0, 0); (0, 1, 0); (0, 0, 1)\}$ es:

$$[F]_{BE} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & k & k \end{pmatrix}$$

a) Hallar todos los valores reales de k tal que la dimensión del núcleo de F sea 1.

b) Para $k = 0$ hallar una base C de $\mathbb{R}^3$ tal que la matriz de la transformacion en esa base: $[F]_{CC}$ sea diagonal.

4. Determinar y graficar el conjunto de puntos del plano complejo que satisface simultáneamente las siguientes condiciones:

I) $3|z|^2 + Re(z^2) \leqslant 4Im(z)$ $\quad y \quad$ **II)** $Re(z) \geq 0$

5. Sea en $\mathbb{R}^3$ la superficie de ecuación: $-x^2 - Ay^2 + \frac{z^2}{9} = B$

Hallar los valores de Ay B reales de manera tal que la ecuación corresponda a un hiperboloide de una hoja cuya intersección con el plano $z = 0$ sea una circunferencia de radio 2. Graficar.

Respuestas

ejercicio 1) Puntos: $(0, 2, 0)$ y $(0, -2, 0)$

ejercicio 2)
a) F

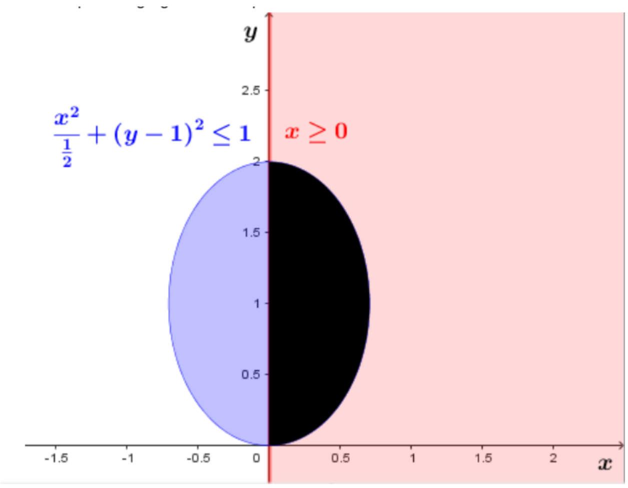
b) V

ejercicio 3)
a) $k \neq 0$

b) Autovalores: $\lambda = 0$ (multiplicidad algebraica 2); $\lambda = 1$ (multiplicidad algebraica 1)
$C = \{(0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 1, 0)\}$

ejercicio 4)

$$\frac{x^2}{1/2} + (y-1)^2 \leqslant 1; \quad x \geq 0$$



ejercicio 4) A=1, B=-4