UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Examen Final 20-05-2026

Apellido y nombre del alumno/a:..

Corrigió:..Revisó:..

1)	2.1)	2.2)	3.1)	3.2)	4.1)	4.2)	5)	Calificación

Todas las respuestas deben estar justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta. No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas.

Condición de aprobación (6 puntos): 50 % del examen correctamente resuelto.

Su examen se mostrará una vez corregido.

---

1) Encuentre los valores de las constantes a y b, si existen, tales que la función f cumpla con la hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo $[-6,1]$. Luego, escriba la expresión definitiva de la función $f(x)$ reemplazando dichos valores.

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2}{4}+ax & \text{si} \quad -6\le x<0 \\ xe^{bx} & \text{si} \quad 0\le x\le 1 \end{cases}$$

---

2) Dadas las curvas C_1 y C_2 cuyas ecuaciones son:

$$C_1: x=-y^2+2y+4 \; ; \; C_2: x=y^2$$

2.1) Obtenga la ecuación de la recta tangente a la curva C_2 que es paralela a la recta que une los puntos de intersección de C_1 y C_2 Realice una gráfica que muestre los datos y los resultados.

2.2) Calcule el área del recinto limitado por las curvas C_1 y C_2.

---

3) Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justifique:

3.1) Si una serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ cumple con: $\lim_{n\to\infty}(n\cdot a_n)=L$ y $L>0$ entonces la serie es convergente.

3.2) Para todo valor de $k\in\mathbb{N}$ se cumple que el valor medio de la función $y(x)=sen^2(k.x)$ en el intervalo $[0,\pi]$ es igual a $\frac{1}{2}$.

---

4) Una partícula se mueve en línea recta durante 9 segundos con una aceleración inversamente proporcional a la velocidad, sabiendo que cuando la velocidad es $v_1=10m/s$ la aceleración es $a_1=1m/s^2$ y que la velocidad inicial es $v_i=4m/s$:

4.1) Encuentre las ecuaciones de la velocidad y aceleración en función del tiempo y gráfique.

4.2) ¿En qué instante la partícula alcanza su velocidad mínima y en cuál la máxima?.

Nota: $a=\dfrac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}}$

---

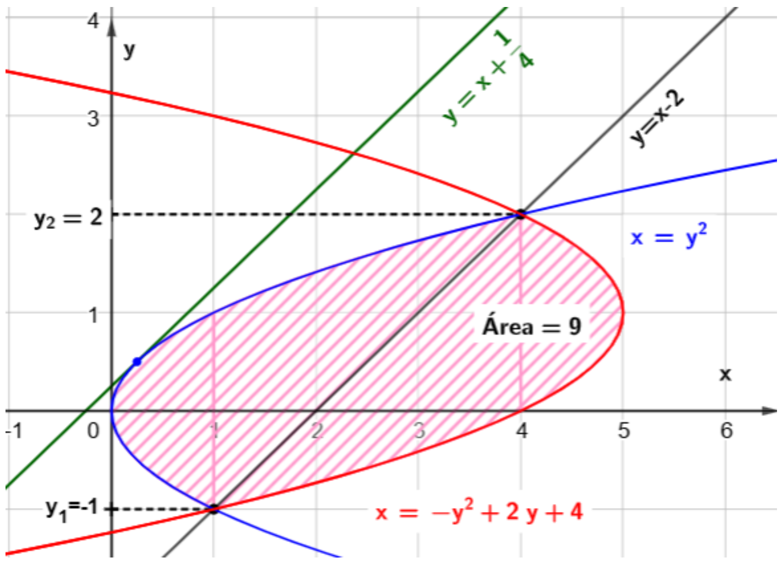
5) Sea $a:\mathbb{N}\to\mathbb{R}\,/\,a_n=\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{1}{n^2+x^2}dx$

Obtenga el intervalo de convergencia de la serie: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n\left(\frac{x-1}{3}\right)^n$

Respuestas

1) $a = 1$ y $b = ln(3)$ $$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{4} + x & \text{si} \quad -6 \leq x < 0 \\ x3^x & \text{si} \quad 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

2)



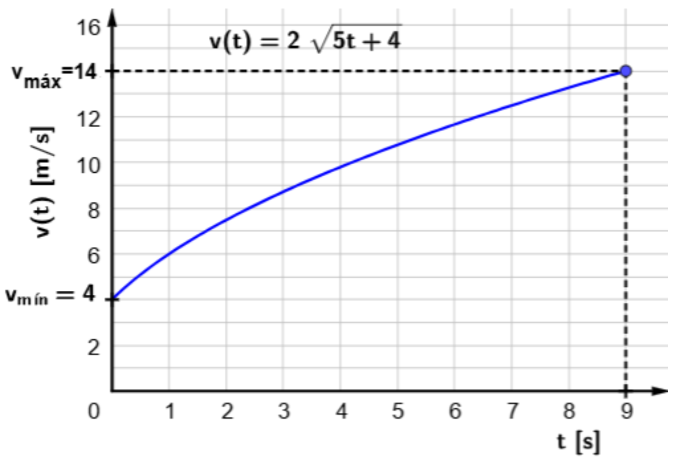
$$Área = \int_{y_1=-1}^{y_2=2} (-2y^2 + 2y + 4)\, dy = 9$$

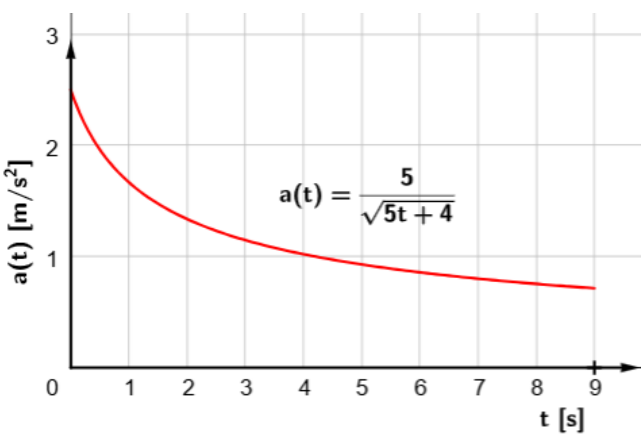
3)3.1) Falsa: Contraejemplo: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

3.2) Verdadera.

$$\int_0^{\pi} sen^2(k.x)dx = \frac{\pi}{2} \text{ entonces } \bar{f}_{[0,\pi]} = \frac{1}{2}.$$

4)4.1) $\frac{dv}{dt} = \frac{10}{v}$ y $v(0) = 4$





4.2) $v_{mín} = v(0) = 4m/s$ $v_{máx} = v(9) = 14m/s$

5) $a_n = \frac{\pi}{2n}$; $I.C. = [-2, 4)$