ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

Examen Final 24-02-26

Apellido y nombre del alumno/a:..

Corrigió:..Revisó:...

1.1)	1.2)	2.1)	2.2)	3.1)	3.2)	4)	5.1)	5.2)	Calificación

Todas las respuestas deben estar justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas.

Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos.

Apague y guarde sus dispositivos electrónicos en su mochila y colóquela debajo de su asiento.

Una vez que haya entregado su examen deberá aguardar en el pasillo para ser llamado a un posible coloquio.

1.1) Sea la recta $r: \begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1+t \\ z = 3-t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

Hallar una ecuación del plano π que contiene a la recta r, y es paralelo al vector $\vec{v} = (1;-2;0)$.

1.2) Siendo el haz de planos $H: (y-2)+\lambda x = 0$, hallar la o las ecuaciones de los planos de dicho haz que se encuentren a una distancia $d = 2$ del punto $P(1;0;3)$.

Sean $T_1 : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathbb{R} / \ T_1(A) = a+d$ y $T_2 : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathbb{R}^{2\times 2} / \ T_2(A) = A^T$ transformaciones lineales, donde $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$. Nota: A^t es la matriz traspuesta de A.

2.1) Encontrar $(T_1 \circ T_2)(A)$.

2.2) Encontrar el núcleo de la transformación lineal T_1, una base del mismo y su dimensión.

Indicar el valor de verdad de las siguientes afirmaciones. Justificar su respuesta.

3.1) Si $M \in \mathbb{R}^{4\times 4}$ tiene polinomio característico $P(\lambda) = (\lambda-1)(\lambda-2)^3$, entonces M es una matriz diagonalizable.

3.2 El conjunto de puntos del plano complejo que satisfacen la igualdad $|z-2i| = |z+1|$ conforman una recta.

4 Sea $T : P_2[X] \to P_1[X]$ la transformación lineal definida por $T(a_0 + a_1 x + a_2 x^2) = (a_0 + a_1) - 4a_2 x$.
Encontrar la matriz asociada a T con respecto a la base $B = \{x^2, x, 1\}$ para P_2 y $B' = \{1, x\}$ para P_1.

Sea la superficie de ecuación $\sigma : Ax^2 + 4y^2 + Bz^2 = 16$.

5.1) Determinar los valores reales de los parámetros A y B para que la ecuación represente una superficie cilíndrica cuya intersección con el plano xy sea una hipérbola equilátera.

5.2) Para los valores hallados, encontrar las trazas de la superficie con los planos coordenados y realizar una representación gráfica de la misma.

Respuestas

1.1 $2x + y + 5z - 16 = 0$

1.2 $\lambda = 0$ o $\lambda = -\frac{4}{3}$

2.1 $(T_1 \circ T_2)(A) = T_1\big(T_2(A)\big) = T_1\left(\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}\right) = a + d.$

2.2 $Nu(T_1) = \left\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix}\right\}$ Una base es:

$B = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right\}$ La dimensión es 3.

3.1 Falsa

3.2 Verdadera

4. La matriz asociada es:

$$[T]_{BB'} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -4 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

5.1 $A = -4,\ B = 0$

5.2 Superficie cilíndrica hiperbólica $y^2 - x^2 = 4,$