

APELLIDO DEL ALUMNO: **NOMBRE:**

CORRIGIÓ: **REVISÓ:**

1	2	3	4	5	CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deben estar justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas.

Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios *correctamente resueltos*.

Apague y guarde sus dispositivos electrónicos en su mochila y colóquela debajo de su asiento.

Una vez que haya entregado su examen deberá aguardar en el pasillo para ser llamado a un posible coloquio.

1) Considere la recta $s: \begin{cases} x - y = z \\ x + y + 2z = 2 \end{cases}$ y la recta r que pasa por los puntos $(k, 1, -1)$ y $(0, 1, 1)$. Halle k de manera que s y r estén contenidas en un mismo plano. Para el valor obtenido, halle la ecuación de ese plano.

2) Dada una matriz cuadrada $A = (A_1 \ A_2 \ A_3 \ A_4)$, donde A_i son sus columnas, se verifica que $|-5A_1 \ A_3 - A_2 \ 2A_4 \ -A_3| = 1 + |A_2 \ A_3 - A_1 \ -A_4 \ A_3|$
Analice si es posible que A sea idempotente, esto es, $A^2 = A$.

3) a) Demuestre que:

“Si $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ es un endomorfismo inyectivo entonces 0 no es autovalor de T ”.

b) Represente en el plano complejo los puntos que verifican $z \cdot \bar{z} = 4\text{Im}(z) \wedge 0 < \arg(z) < \frac{\pi}{2}$.

4) Sea la superficie de ecuación: $z + y^2 - Ax^2 = 2Ax + 1$

a) Analice si es posible hallar A de modo que la ecuación represente una superficie cilíndrica. De ser posible, grafique.

b) Halle A para que la traza de la superficie en el plano xz sea la curva parametrizada por

$\vec{\gamma}(t) = (t, 0, (1 + t)^2), t \in \mathbb{R}$. ¿De qué superficie se trata?

5) Considere una transformación lineal $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ que verifique las siguientes condiciones:

$$T(1,1,1) = (1,1) \quad T(1,1,0) = (1,1) \quad T(1,0,0) = (0,0)$$

a) ¿Es única? Justifique.

b) Encuentre la matriz de T respecto de las bases $B = \{(1,0,0); (1,1,0); (1,1,1)\}$ para \mathbb{R}^3 y canónica para el codominio, y empléela para hallar el núcleo de T . Clasifique la transformación lineal.