

APELLIDO DEL ALUMNO: ..... NOMBRE: .....

CORRIGIÓ:..... REVISÓ:.....

1	2	3	4	5	CALIFICACIÓN

*Todas las respuestas deben ser justificadas con los procedimientos analíticos adecuados para ser tenidas en cuenta. Debe tener apagado su teléfono celular durante todo el examen. No resolver en lápiz.*

**Duración del examen: 2 horas**

**Condición de aprobación (6 puntos): 50% del examen correctamente resuelto.**

**Su examen se mostrará una vez corregido.**

1) Analice si las afirmaciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F). **Justifique las respuestas:** si es F, alcanza con que de un contraejemplo; si es V proporcione un argumento basado en las herramientas teóricas que conoce.

a) La integral  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{2+\sqrt{x^3}}$  es convergente (no intente calcular la integral).

b) La serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n^5}}$  es condicionalmente convergente.

2) La función  $f$  es continua y derivable  $\forall x \geq -1$  y verifica la siguiente ecuación:

$$(x+2).f(x) = x + 5 - \int_x^{-1} f(t).dt.$$

Calcule el área de la región plana limitada por el gráfico de  $f$  y las rectas cuyas ecuaciones son:  $y = 0, x = 0, x = 4$ .

3) a. Determine el dominio de la función definida por  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(x+2)^n}{4^{n+2}}$

b. Determine la función  $f(x)$

4) Halle el valor de  $\alpha \in \mathbb{R}$  para el cual la función definida por  $g(x) = \alpha x^2 - \ln(x)$  posee un punto de inflexión en  $(1, g(1))$ . Para el valor de  $\alpha$  obtenido, determine si  $g(x)$  admite máximos y mínimos globales (absolutos) **Justifique adecuadamente las respuestas.**

5) Se consideran las funciones definidas por  $f(x) = -3xe^x + 2$  y  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derivable tal que  $g \circ f(x) = 2x$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ . Calcule el polinomio de Taylor de segundo grado asociado a la función  $g$  en el punto  $x_0 = f(0)$ .