

APELLIDO DEL ALUMNO: **NOMBRE:**

CORRIGIÓ: **REVISÓ:**

T1	T2	P1	P2	P3	P4	CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas

Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos (uno de T1 o T2 y dos de P1, P2, P3 o P4).

Su examen se mostrará una vez corregido.

T1- a- Enuncie el teorema de Green con las hipótesis correspondientes y **deduzca**, a partir del mismo, una fórmula que permita calcular el área de una región plana.

b- Calcule la circulación de $\vec{F}(x, y)$ a lo largo de la frontera de la región plana definida por $y \geq x^2 - 2x$; $y \leq 2x$. Sabiendo que $DF = \begin{pmatrix} 5y & 5x \\ 2x & 4y \end{pmatrix}$. Indique en un gráfico la orientación elegida para la curva.

T2- a- Explique cómo es el cambio de coordenadas cartesianas a coordenadas polares y **calcule** el jacobiano correspondiente.

b- Plantee $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy$ en cartesiana y en polares, siendo D la región del plano que cumple $x^2 + y^2 \leq 4 \wedge |y| \leq x$

P1- Exprese, mediante dos integrales distintas, la masa del cuerpo definido por:

$$z \leq 4 - x^2 \wedge x + y \leq 4 \wedge y \geq -2 \wedge z \geq 0$$

si su densidad en cada punto es proporcional a la distancia desde el punto al plano XY.

P2 - Sea $z = f(x, y)$ una función definida implícitamente por $xz + z + y + \ln(z - xy) = 10$ en un disco de centro en el punto $(2, 1)$.

a- **Obtenga** la fórmula de aproximación lineal de f en dicho entorno.

b- **Halle** una ecuación de la recta normal al gráfico de la función f en $(2, 1, f(2, 1))$ y **analice** si corta a la superficie de ecuación $x + y^2 = 7$ (en caso afirmativo obtenga el o los puntos)

P3 - Dadas las familias de curvas: $y = kx^3$; $x^2 + ay^2 = C$; **halle** el valor de la constante "a" de modo que ambas familias resulten ortogonales.

P4 - Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (7x + y^z; \ln x^2 - h(x, z); -3z)$ con $h \in C^1$, a través del trozo de la superficie de ecuación $z = 5 - 4x^2 - 4y^2$ con $z \geq 1$. Indique gráficamente la orientación considerada para la superficie.