

Apellido y nombre:

Corrigió:

Revisó:

T1	T2	P1	P2	P3	P4	Calificación

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas.

Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos (uno de T1 o T2 y dos de P1, P2, P3 o P4).

Su examen se mostrará una vez corregido.

T1. a) **Enuncie** el teorema de Stokes (o teorema del rotor).

b) Sea $\vec{f}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\vec{f}(x, y, z) = (P(x, y, z), Q(x, y, z), R(x, y, z))$ un campo vectorial C^1 tal que

$$D\vec{f}(x, y, z) = \begin{pmatrix} P'_x & 3 & 2 \\ 1 & Q'_y & z \\ 1 & 0 & R'_z \end{pmatrix}.$$

Calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la curva C definida por la intersección de la superficie $S_1: x^2 + y^2 = 4$, y el plano $S_2: z = y + 3$. Indique claramente la orientación de C elegida para el cálculo.

T2. Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. **Justifique su respuesta.**

a) La función $f(x, y) = xy + x^3 + y^2$ no tiene máximos locales.

b) La integral $\int_0^{2\pi} \left[\int_0^3 \left[\int_r^{\sqrt{9-r^2}} r \, dz \right] dr \right] d\theta$ calcula el volumen del cuerpo $V: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, \\ z \geq \sqrt{x^2 + y^2}. \end{cases}$

P1. Sea S la superficie de ecuación $2x^2 + 2y^2 + z^2 = 10$. Halle todos los puntos $\mathbf{X}_0$ de la superficie para los cuales el plano tangente a S en $\mathbf{X}_0$ es paralelo al plano $4x + 4y + 2z = 25$.

P2. Calcule el flujo saliente del campo $\vec{f}(x, y, z) = (x + y^9, z^{10} - y, x^5 + 2z)$ a través de la superficie S frontera de la parte del sólido $V = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq z \leq 5\}$ que está contenida en el **primer octante**.

P3. Sean $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función C^1 , $\vec{f}(x, y) = (x^2 - y^2, h(y))$ y $C: y = 4x - x^2$, $y \geq 0$. Calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de C orientada de $(4, 0)$ a $(0, 0)$.

P4. Halle, si existe, la función g tal que el campo $\vec{f}(x, y) = (y^2 + 4y g(x), 2xy - 4x^2 + g'(x))$ sea conservativo y se verifique que $\vec{f}(0, 1) = (13, 4)$.