

APELLIDO DEL ALUMNO: **NOMBRE:**

CORRIGIÓ: **REVISÓ:**

T1	T2	P1	P2	P3	P4	CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas

Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos (uno de T1 o T2 y dos de P1, P2, P3 o P4).

Su examen se mostrará una vez corregido.

T1) a. Demuestre que si $f: R^2 \rightarrow R$ es un campo escalar diferenciable en el punto $\vec{X}_0 = (x_0, y_0)$ entonces $f'(\vec{X}_0, \vec{u}) = \vec{\nabla} f(\vec{X}_0) \cdot \vec{u}$ para todo versor $\vec{u}$.

b. Indique si la siguiente proposición es verdadera o falsa (justifique la respuesta):

“El campo escalar $f: R^2 \rightarrow R$ / $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^2y}{x^2+y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0,0) \end{cases}$ es diferenciable en $(0,0)$ ”

T2) a. Enuncie el Teorema del Rotacional o de Stokes.

b. Indique si la siguiente proposición es verdadera o falsa (justifique la respuesta):

“La circulación del campo $\vec{f}: R^3 \rightarrow R^3$ / $\vec{f}(x, y, z) = (x^2, 1, z)$, a través del triángulo de vértices $A=(0,0,0)$, $B=(1,1,0)$, $C=(0,0,1)$ recorrido desde $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$, es nula”

P1) Calcule el flujo saliente del campo vectorial $\vec{f}: R^3 \rightarrow R^3$ / $\vec{f}(x, y, z) = (x^3 + yz^2, 4y + e^{2xz}, z^3 + xe^y)$ a través de la frontera de $\Omega = \{(x, y, z) \in R^3 : x^2 + z^2 \leq 4, 0 \leq y \leq 2\}$. Justifique la respuesta.

P2) Calcule la circulación del campo $\vec{f}: R^2 \rightarrow R^2$ / $\vec{f}(x, y) = (e^{x^2} - y, \frac{x^4}{4} + e^y)$ a través de la curva frontera del conjunto $D = \{(x, y) \in R^2 : 9x^2 + y^2 \leq 9, x \geq 0, y \geq 0\}$ recorrida en sentido antihorario.

P3) Determine la solución general de la ecuación diferencial $y'' - 4y' + 4y = 25\sin(x)$

P4) Obtenga la dirección y sentido que proporcionan el máximo decrecimiento de la función $z = g(x, y)$ en el punto $(0,0)$ si la ecuación $-2x^2 + 2y^3 + z^3 - xy - 2y = 1$ define implícitamente a la función g en un entorno del punto $(0,0,z_0)$. Fundamente el procedimiento escogido.