

APELLIDO Y NOMBRE:.....

CORRIGIÓ:..... **REVISÓ:**.....

1	2	3	4	5	Calificación

La duración del examen es de 2(dos) horas. La condición mínima para aprobar (6 puntos) es el 60 % del examen correctamente resuelto (3 ejercicios). Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta. No resolver el examen en lápiz. Apague y guarde todos sus dispositivos electrónicos. Una vez que haya entregado su examen deberá aguardar en el pasillo para ser llamado a un posible coloquio.

1) Sean:

$$L : (x, y, z) = (-1, -3, 4) + \lambda(4 + h^2, 4h, 8) \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

$$\pi : (x, y, z) = (-1, 1, 3) + \mu(0, 1, -1) + \gamma(1, 0, -1) \quad \mu, \gamma \in \mathbb{R}$$

- Halle h , si existe, para que L sea perpendicular al plano π .
- Para $h = 1$ indique, si es posible, el punto de intersección entre L y π .

2) Sea $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una transformación lineal cuyo núcleo está dado por

$$N(T) = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + y + z = 0\}$$

- Sean $\bar{a} = (-2, 2, k)$ y $\bar{b} = (1, -1, 2)$. Hallar $k \in \mathbb{R}$, si existe, tal que $T(\bar{a}) = T(\bar{b})$.
- Decidir si es posible definir una transformación lineal $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que $R(S) = N(T)$. Siendo $R(S)$ la imagen de S . Justifique.

3) Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -2 & a & 1 \\ b & 0 & 2 \end{pmatrix}$

- Hallar, si existen, $a, b \in \mathbb{R}$ de modo que la solución del sistema $AX = 0$ sea un subespacio de $\mathbb{R}^3$ de dimensión 2.
- Para los valores hallados en a) obtener, si es posible una matriz P y una matriz diagonal D tales que $A = P D P^{-1}$.

4) Analizar la validez de las siguientes proposiciones

- Sea $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ simétrica, entonces A^2 es simétrica.
- Sean A y B matrices tales que su producto $AB \in \mathbb{R}^{n \times n}$, entonces $\det(AB) = \det(A) \det(B)$.

5) Sea la ecuación

$$Ax^2 + B(y + 2)^2 - (z - 1)^2 = 1$$

- Hallar todos los valores de A y B reales para que represente una superficie cilíndrica cuya traza con el plano yz sea una hipérbola. Para $B = 1$ grafique la superficie.
- Para $A = 5$, hallar $B \in \mathbb{R}$ de modo que la intersección de la superficie con el plano $x = 1$ sea la curva

$$\alpha(\theta) = (1, 2 \cos(\theta) - 2, 2 \sin(\theta) + 1)$$

con $0 \leq \theta < 2\pi$. Grafique la curva.