

Apellido y nombre:

Corrigió:

Revisó:

T1	T2	P1	P2	P3	P4	Calificación

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas.

Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos (uno de T1 o T2 y dos de P1, P2, P3 o P4).

Su examen se mostrará una vez corregido.

- T1. a) Defina derivada direccional de un campo escalar $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ en $\mathbf{x}_0$ respecto a $\tilde{v}$. Indique que relación tiene esta derivada con el gradiente de f , si la función es diferenciable en $\mathbf{x}_0$.
- b) Sean $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + y^2}, & \text{si } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$, $\mathbf{x}_0 = (0, 0)$ y $\tilde{v} = (1/2, \sqrt{3}/2)$.
- Calcule $\frac{\partial f}{\partial \tilde{v}}(\mathbf{x}_0)$.
- T2. Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. **Justifique su respuesta.**
- a) La superficie $x^2 + y^2 + z + \sin(xz) - 1 = 0$ tiene plano tangente paralelo al plano xy en el punto $(0, 1, z_0)$.
- b) El campo vectorial $\vec{f}: \mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}^2$ dado por $\vec{f}(x, y) = \left(\frac{2x}{\sqrt{2x^2 + y^2}}, \frac{y}{\sqrt{2x^2 + y^2}} \right)$ es conservativo.
- P1. Sea $h(x, y) = f(x^2 - y^2, 2xy)$, donde $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ es un campo escalar de clase C^1 . Determine la **dirección** de derivada direccional máxima de h en $(x_0, y_0) = (2, 1)$ sabiendo que una ecuación del plano tangente al gráfico de $z = f(u, v)$ en el punto $(3, 4, f(3, 4))$ es $4u - 2v + 2z = 8$.
- P2. Calcule la masa del cuerpo V definido por $V: \begin{cases} x^2 + y^2 \leq z \leq 6 - \sqrt{x^2 + y^2} \\ x \geq 0, \quad y \geq 0 \end{cases}$ si que la densidad de masa en cada punto es constante ($\delta(x, y, z) = k$ con $k > 0$).
- P3. Sean Σ la superficie abierta de ecuación $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$, orientada con un campo de versores $\tilde{n}$ cuya tercera componente es positiva y $\vec{f}(x, y, z) = (ye^z, x \cos(z^2), 3 + z)$. Calcule el flujo de $\vec{f}$ a través de Σ .
- P4. Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (y^2 + \sin(x^2), 2xy + x + e^{y^2})$ a lo largo de la frontera de D , recorrida en **sentido antihorario**, siendo D la región acotada incluida en el **primer cuadrante** delimitada el eje x , la recta $x = 3$ y el gráfico de la función $y = \phi(x)$ que es la solución de la ecuación con condiciones iniciales $y'' + y' - 2y = -2x + 1$ $\phi(0) = 0$ y $\phi'(0) = 1$.